Dúvidas do Carlos Victor – Fundação Bradesco

(Questão 51 – PSC – UFAM – 2016 – Projeto 2019)

Resolvendo em $\mathbb{R}$ a inequação

$$\log_{25}\left(x^2 - x\right) > \log_{25}\left(2x + 10\right)$$

deve-se obter como solução:

a) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, -5 < x < -2 \quad ou \quad x > 5\right\}$

b) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, -5 < x < 0 \quad ou \quad x > 1\right\}$

c) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, x < -2 \quad ou \quad x > 5\right\}$

d) $S = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, -5 < x < 5\right\}$

e) $S = \varnothing$

Uma solução: (Professor Alessandro Monteiro)

Como a base é maior que 1 então temos que

$$x^2 - x > 2x + 10.$$

Isto é,

$$x^2 - 3x - 10 > 0.$$

Assim, devemos ter

$$x < -2 \quad ou \quad x > 5. \text{ (I)}$$

Pela condição de existência de logaritmo deve ocorrer que $x^2 - x > 0$ e $2x + 10 > 0$.

Ou seja,

$$x < 0 \quad ou \quad x > 1, \quad e \quad x > -5. \text{ (II)}$$

Logo, por (I) e (II) concluímos que

$$S = \left\{x \in \mathbb{R} \,/\, -5 < x < -2 \quad ou \quad x > 5\right\}.$$

(Questão 49 – PSC – UFAM – 2016 – Projeto 2019)

A função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tem como gráfico uma parábola e satisfaz $f(x+1)-f(x)=8x-4$ para todo número real x. Então o menor valor de $f(x)$ ocorre quando o valor de x é igual a:

a) 2
b) 1
c) 1/2
d) 1/4
e) – 1

Uma solução: (Professor Alessandro Monteiro)

Se $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tem como gráfico uma parábola então f é definida por

$$f(x)=ax^2+bx+c,\quad a,b,c\in\mathbb{R}\ \ e\ \ a\neq 0.$$

Assim, temos que

$$\begin{aligned} f(x+1)-f(x)=8x-4 \quad &\Rightarrow \quad a(x+1)^2+b(x+1)+c-(ax^2+bx+c)=8x-4 \\ &\Rightarrow \quad 2ax+a+b=8x-4 \\ &\Rightarrow \quad 2a=8 \ \ e \ \ a+b=-4 \\ &\Rightarrow \quad a=4 \ \ e \ \ b=-8. \end{aligned}$$

Então o menor valor de $f(x)$ ocorre quando

$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-8}{2\cdot 4}=1.$$

Logo, a resposta correta encontra-se na letra B.