UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS – UEA
ESCOLA NORMAL SUPERIOR - ENS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

| | |
|---|---|
| **Disciplina**: Matemática Elementar I | Valor Total: 10,0 |
| **Prof.: Alessandro Monteiro** | |
| Aluno(a): Gabarito Monteiro Sete | |
| 1ª Prova Parcial - Vespertino | Data: 23 de Abril de 2018 |
| Curso: Licenciatura em Matemática | Período: 2018/1 |

Critérios de Avaliação:
- Não é permitido fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor.
- O Aluno só poderá entregar a prova 60 minutos após o início da mesma.
- Essa avaliação é individual e sem consulta.
- Somente os espaços que sobram abaixo de cada questão poderão ser usados como rascunhos.
- Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna 2 ao lado das perguntas.
- É proibido o uso de aparelhos celulares ou similares.
- Todo material do aluno é de uso individual, sendo proibido qualquer tipo de empréstimo.

| QUESTÕES | RESPOSTAS À CANETA |
|---|---|
| **01. (vale 1,0 ponto)** Defina o conjunto dos números racionais.<br><br>Observação 1: Questão da lista! | **Definição:** É o conjunto formado por todas as frações $\frac{a}{b}$ de dois números inteiros, onde $b$ é não nulo. Representação: $$\mathbb{Q}=\left\{\frac{a}{b};a\in\mathbb{Z}\ \ e\ \ b\in\mathbb{Z}^*\right\}.$$ |
| **02. (vale 1,5 pontos cada item)** Prove ou dê contraexemplo para as seguintes afirmações:<br><br>i) Para todo $a,b\in\mathbb{R}$ se $a$ e $b$ são racionais então $a+b$ é racional.<br><br>ii) Para todo $a,b\in\mathbb{R}$ se $a$ e $b$ são irracionais então $a\cdot b$ é irracional.<br><br>Observação 2: O item (i) foi feito em sala! | **i)** Prova: Se $a$ e $b$ são racionais então $a=\frac{x}{y}$ e $b=\frac{p}{q}$ onde $x,p\in\mathbb{Z}$ e $y,q\in\mathbb{Z}^*$. Assim, $$a+b=\frac{x}{y}+\frac{p}{q}=\frac{x\cdot q}{y\cdot q}+\frac{y\cdot p}{y\cdot q}=\frac{x\cdot q+y\cdot p}{y\cdot q}.$$ Como $(x\cdot q+y\cdot p)\in\mathbb{Z}$ e $y\cdot q\in\mathbb{Z}^*$ então podemos concluir que $a+b$ é racional.<br><br>**ii)** Contraexemplo: Se escolhermos $a=b=\sqrt{2}$ temos que $$a\cdot b=\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=2\in\mathbb{Q}.$$ |

| | |
|---|---|
| **03. (vale 2,0 pontos)** Você viu nas aulas que $\sqrt{2}$ é irracional. Use este fato para provar **por absurdo** que $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ também é irracional.<br><br>Observação 3: A forma de resolver o radical duplo por soma e produto foi mostrada nas aulas! Mas poderia ser resolvida também chamando de $x$ e elevando ambos os membros ao quadrado, pois encontraríamos a contradição $\sqrt{2}=\dfrac{x^2-3}{2}\in\mathbb{Q}$. | **Prova (por absurdo):** Suponhamos que $x=\sqrt{3+2\sqrt{2}}\in\mathbb{Q}$. Como $\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{2}+1$ então temos também que $\sqrt{2}=x-1\in\mathbb{Q}$. Mas isso é um absurdo, uma vez que $\sqrt{2}$ é irracional. Logo, $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ também é irracional. |
| **04 (vale 2,0 pontos)** Simplifique<br>$$\sqrt[2003]{2\sqrt{11}-3\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4006]{89+12\sqrt{55}}.$$<br>**Justifique!**<br><br>Observação 4: Questão da lista! | **Solução:** Temos que $\sqrt[4006]{89+12\sqrt{55}}=\sqrt[4006]{\left(2\sqrt{11}+3\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt[2003]{2\sqrt{11}+3\sqrt{5}}$. Logo,<br>$$\sqrt[2003]{2\sqrt{11}-3\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4006]{89+12\sqrt{55}}=\sqrt[2003]{44-45}=-1.$$ |
| **05 (vale 2,0 pontos)** Racionalizando<br>$$\frac{25}{3-\sqrt[3]{2}},$$<br>obtemos:<br>a) $9-3\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}$<br>b) $3\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$<br>c) $9+3\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}$<br>d) $3\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}$<br>e) $9+3\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$<br><br>**Justifique!**<br><br>Observação 5: Questão da lista! | **Solução:** Vejamos:<br>$$\frac{25}{3-\sqrt[3]{2}}=\frac{25}{3-\sqrt[3]{2}}\cdot\frac{3^2+3\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}}{3^2+3\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}}=\frac{25\left(3^2+3\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{2^2}\right)}{27-2}.$$<br>Portanto, a alternativa correta é a e). |

UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS – UEA
ESCOLA NORMAL SUPERIOR - ENS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

| | |
|---|---|
| **Disciplina**: Matemática Elementar I | Valor Total: 10,0 |
| **Prof.: Alessandro Monteiro** | |
| Aluno(a): Gabarito Monteiro Sete | |
| 1ª Prova Parcial - Noturno | Data: 25 de Abril de 2018 |
| Curso: Licenciatura em Matemática | Período: 2018/1 |

Critérios de Avaliação:

- Não é permitido fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor.
- O Aluno só poderá entregar a prova 60 minutos após o início da mesma.
- Essa avaliação é individual e sem consulta.
- Somente os espaços que sobram abaixo de cada questão poderão ser usados como rascunhos.
- Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna 2 ao lado das perguntas.
- É proibido o uso de aparelhos celulares ou similares.
- Todo material do aluno é de uso individual, sendo proibido qualquer tipo de empréstimo.

| QUESTÕES | RESPOSTAS À CANETA |
|---|---|
| **01. (vale 1,0 ponto)** Defina o conjunto dos números irracionais.<br><br>Observação 1: Questão da lista! | **Definição:** É o conjunto formado por todos os números reais que não podem ser obtidos através da divisão determinada de dois números inteiros. Isto é, o conjunto formado por todos os números reais que não são racionais. Representação:<br>$\mathbb{R}-\mathbb{Q}=\{x\in\mathbb{R}; x\notin\mathbb{Q}\}$. |
| **02. (vale 1,5 pontos cada item)** Prove ou dê contraexemplo para as seguintes afirmações:<br><br>i) Para todo $a,b\in\mathbb{R}$ se $a$ e $b$ são racionais então $a-b$ é racional.<br><br>ii) Para todo $a,b\in\mathbb{R}$ se $a$ e $b$ são irracionais então $a+b$ é irracional.<br><br>Observação 2: O item (i) foi feito em sala! A única coisa que mudava era que envolvia a soma $a+b$. | **i)** Prova: Se $a$ e $b$ são racionais então $a=\frac{x}{y}$ e $b=\frac{p}{q}$ onde $x,p\in\mathbb{Z}$ e $y,q\in\mathbb{Z}^*$. Assim,<br>$a-b=\frac{x}{y}-\frac{p}{q}=\frac{x\cdot q}{y\cdot q}-\frac{y\cdot p}{y\cdot q}=\frac{x\cdot q-y\cdot p}{y\cdot q}$.<br>Como $(x\cdot q-y\cdot p)\in\mathbb{Z}$ e $y\cdot q\in\mathbb{Z}^*$ então podemos concluir que $a-b$ é racional.<br><br>**ii)** Contraexemplo: Se escolhermos os irracionais $a=-\sqrt{2}$ e $b=\sqrt{2}$ temos que<br>$a+b=-\sqrt{2}+\sqrt{2}=0\in\mathbb{Q}$. |

| | |
|---|---|
| **03. (vale 2,0 pontos)** Você viu nas aulas que $\sqrt{3}$ é irracional. Use este fato para provar **por absurdo** que $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ também é irracional.<br><br>Observação 3: A forma de resolver o radical duplo por soma e produto foi mostrada nas aulas! Mas poderia ser resolvida também chamando de $y$ e elevando ambos os membros ao quadrado, pois encontraríamos a contradição $\sqrt{3}=\dfrac{y^2-4}{2}\in\mathbb{Q}$. | **Prova (por absurdo):** Suponhamos que $y=\sqrt{4+2\sqrt{3}}\in\mathbb{Q}$. Como $\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{3}+1$ então temos também que $\sqrt{3}=y-1\in\mathbb{Q}$. Mas isso é um absurdo, uma vez que $\sqrt{3}$ é irracional. Logo, $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ também é irracional. |
| **04 (vale 2,0 pontos)** Simplifique<br><br>$\sqrt[2003]{2\sqrt{11}-3\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4006]{89+12\sqrt{55}}$.<br><br>**Justifique!**<br><br>Observação 4: Questão da lista! | **Solução:** Temos que $\sqrt[4006]{89+12\sqrt{55}}=\sqrt[4006]{\left(2\sqrt{11}+3\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt[2003]{2\sqrt{11}+3\sqrt{5}}$. Logo,<br><br>$\sqrt[2003]{2\sqrt{11}-3\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4006]{89+12\sqrt{55}}=\sqrt[2003]{44-45}=-1$. |
| **05 (vale 2,0 pontos) Racionalizando**<br><br>$\dfrac{4}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}}$,<br><br>obtemos:<br><br>a) 2<br>b) 4<br>**c)** $\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}$<br>d) $\dfrac{\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}}{2}$<br>e) $2\left(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}\right)$<br><br>**Justifique!**<br><br>Observação 5: Questão da lista! | **Solução:** Note que<br><br>$\dfrac{4}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}}=\dfrac{4}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}}\cdot\dfrac{\sqrt[3]{7^2}+\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{7^2}+\sqrt[3]{7}\cdot\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{5^2}}$.<br><br>$=\dfrac{4\left(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}\right)}{2}$.<br><br>Portanto, a alternativa correta é a e). |