Professor: Alessandro Monteiro
Curso: Introdução à Análise
Lista 0: Exercícios Preliminares

---

01. Construa as tabelas verdades para as sentenças: $p \vee q$, $p \wedge q$, $p \Rightarrow q$ e $p \Leftrightarrow q$. Quais as suas equivalências e negações? Dê Exemplos.

02. Defina:
   2.1. Conjuntos;
   2.2. Conjunto Vazio;
   2.3. Conjuntos Iguais;
   2.4. União de Conjuntos;
   2.5. Interseção de Conjuntos;
   2.6. Diferença de Conjuntos;
   2.7. Conjuntos Disjuntos;
   2.8. Conjunto das Partes;
   2.9. Produto Cartesiano;
   2.10. Função;
   2.11. Funções Iguais;
   2.12. Função Composta;
   2.13. Imagem de Uma Função;
   2.14. Gráfico de Uma Função;
   2.15. Função Injetiva;
   2.16. Função Sobrejetiva;
   2.17. Função Bijetiva;
   2.18. Função Inversível;

03. Faça a demonstração direta das seguintes proposições:

   3.1. Sejam a e b reais positivos. Então,

$$a < b \;\Rightarrow\; a^2 < b^2.$$

   3.2. Se $a \in \mathbb{R}$ então $a^2 \geq 0$.

   3.3. Se $a,\ b \in \mathbb{R}$ e $a < b$ então $4ab < (a+b)^2$.

04. Faça a demonstração indireta por contrapositivo das seguintes proposições:

   4.1. Se a, b, c são inteiros tais que $a > b$, então

$$ac \leq bc \;\Rightarrow\; c \leq 0.$$

   4.2. Se n^2 é par então n é par.

05. Faça a demonstração indireta por absurdo das seguintes proposições:

5.1. O número inteiro 2019 é ímpar.
5.2. Não existem inteiros m e n tais que $14m+20n=2019$.
5.3. $1>0$.

06. Demonstre por indução:

6.1. Para todo inteiro positivo n é válida a desigualdade
$$n \leq 2^n.$$
6.2. Seja n um inteiro positivo e $x>-1$. Então
$$(1+x)^n \geq 1+nx.$$
6.3. Mostre que 11^n-6 é divisível por 5 para todo $n \in \mathbb{N}$.

6.4. Prove que $3k^2+15k+19 \geq 0$ para todo inteiro $k \geq 0$.

07. Mostre que:
7.1. Se $c \in \mathbb{R}$, $c \neq 0$, então a função $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x)=cx$, é injetiva.
7.2. A função $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x)=x^2$, é não injetiva.
7.3. A função $f:\mathbb{Z}-\{0\} \to \mathbb{N}$, $f(x)=|x|$ é sobrejetiva.
7.4. A função $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x}{3}+1$, é bijetiva.

08. Suponha $f:A \to B$ e $g:B \to C$. Mostre que:
8.1. Se f e g são injetivas, então $g \circ f:A \to C$ é injetiva.
8.2. Se f e g são sobrejetivas, então $g \circ f:A \to C$ é sobrejetiva.
8.3. Se f e g são bijetivas, então $g \circ f:A \to C$ é bijetiva.