Universidade do Estado do Amazonas

Introdução à Análise Matemática - ESN0655 – MV

Professor Alessandro Monteiro

AP1

Instruções: Você tem 100 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem cinco problemas, valendo um total de dez pontos. Você não pode usar livros, anotações, folhas de rascunho, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. Use os espaços abaixo das questões para pequenos rascunhos. **Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.**

Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Solutions

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 18 de Setembro de 2018

I. Questões	II. Respostas à **Caneta**
01 (vale 2,0 pontos). Defina Conjunto Enumerável e Conjunto Infinito Enumerável. Prove que o conjunto dos números naturais ímpares $E=\{1,3,5,7,\ldots\}$ é infinito enumerável.	**Definição:** (Definition): A set X is enumerable if X is finite or if there is a bijection of $\mathbb{N}$ onto X. In the second case, X is said to be enumerable and infinito.
	Prova: The function f defined by $f(n) = 2n-1$ is a bijection of $\mathbb{N}$ onto $\{1,3,5,7,\ldots\}$. Because if $n_1, n_2 \in \mathbb{N}$ then i) $f(n_1)=f(n_2) \Rightarrow 2n_1-1 = 2n_2-1$ $\Rightarrow n_1 = n_2$ $\Rightarrow$ f is injective (or one-one) and ii) $y \in \{1,3,5,7,\ldots\} \Rightarrow \exists\ n = \frac{y+1}{2} \in \mathbb{N}$; $f(n) = 2\left(\frac{y+1}{2}\right)-1$ $= y$ $\Rightarrow$ f is surjective (or onto)
02 (vale 2,0 pontos). Sejam X e Y dois conjuntos com 3 e 5 elementos, respectivamente. Encontre: i) $\lvert Fun(X,Y)\rvert$; ii) $\lvert Inj(X,Y)\rvert$.	i) $\lvert Fun(X,Y)\rvert = 5^3 = 125$, because for each element of X we have five possibilities of application (shown in class).
	ii) $\lvert Inj(X,Y)\rvert = \frac{5!}{(5-3)!} = 5\cdot4\cdot3 = 60$, because for the first element of X there are five possibilities. For the second element, four, and for the third, three possibilities. (shown is class)

03 (vale 1,5 pontos). Se $a \in \mathbb{R}$ é tal que $0 \le a < \varepsilon$ para todo $\varepsilon > 0$. Prove que $a = 0$.

Prova: Suppose to the contrary that $a \neq 0$. Then we have $a > 0$. So we can pick $\varepsilon = a > 0$. Therefore, we have that $0 < a < a$. But this is a contradiction. Therefore, $a = 0$.

04 (vale 2,0 pontos). No conjunto $\mathbb{C}$ dos números complexos quem é maior *2018+2017i* ou *2018-2017i*? **Justifique!**

Solução:

None of them, because $\mathbb{C}$ is not an ordered field.

We have that $i \in \mathbb{C}$, $i \neq 0$, but

$i \cdot i = -1 < 0$ and $(-i) \cdot (-i) = -1 < 0$.

05 (vale 2,5 pontos). Seja $A \subset \mathbb{R}$ não vazio e limitado.

i) Defina $max(A)$;

ii) Defina $sup(A)$;

iii) Suponha que $A \subset \mathbb{R}$ tem um máximo e um supremo. Prove que $sup(A) = max(A)$.

iv) Seja $A = \left\{-2, -1, \frac{1}{2}\right\}$. Encontre o $sup(A)$.

i) Definição: A number M in $\mathbb{R}$ is said to be maximum of A ($\max A$) if and only if

i) $M \in A$ ii) $M \ge a \ \forall a \in A$.

ii) Definição: A number s in $\mathbb{R}$ is called the least upper bound (or supremum) of A if

i) s is an upper bound for A

ii) If r is an upper bound for X, then $s \le r$.

iii) Prova: By definition, we have that $\max A \ge a$ for all a in A. Then, the $\max A$ is an upper bound for A. On the other hand, if r in A is such that $r \ge a$ for all $a \in A$, then $r \ge \max A$, because $\max A \in A$. Therefore, $\sup A = \max A$

iv) $\sup A = \frac{1}{2}$, by item (iii).