Universidade do Estado do Amazonas

Introdução à Análise Matemática - ESN0655 – MN

Professor Alessandro Monteiro

AP1

Instruções: Você tem 100 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem cinco problemas, valendo um total de dez pontos. Você não pode usar livros, anotações, folhas de rascunho, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. Use os espaços abaixo das questões para pequenos rascunhos. **Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.**

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome:
Soluções

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	10,0

Manaus, 21 de Setembro de 2018

I. Questões	II. Respostas à **Caneta**
01 (vale 2,0 pontos). Defina Conjunto Enumerável e Conjunto Infinito Enumerável. Prove que o conjunto dos números naturais pares $E=\{2,4,6,8,\ldots\}$ é infinito enumerável.	Definição: Um conjunto X é enumerável se X é finito ou se existe uma bijeção de $\mathbb{N}$ em X. No segundo caso, X é dito ser infinito enumerável. Prova: A função f definida por $f(n)=2n$ é uma bijeção de $\mathbb{N}$ para $E=\{2,4,6,8,\ldots\}$. Pois se $n_1,n_2\in\mathbb{N}$ então $i)\ f(n_1)=f(n_2) \Rightarrow 2n_1=2n_2 \Rightarrow n_1=n_2$ $\Rightarrow f$ *é injetiva.* $ii)\ y\in\{2,4,6,\ldots\}\Rightarrow \exists\, n=\frac{y}{2}\in\mathbb{N};\ f(n)=2n=2\cdot\left(\frac{y}{2}\right)=y$ $\Rightarrow f$ *é sobrejetiva.*
02 (vale 2,0 pontos). Sejam X e Y dois conjuntos com *6* e 3 elementos, respectivamente. Encontre: i) $\lvert Fun(X,Y)\rvert$; ii) $\lvert Sobrej(X,Y)\rvert$.	i) $\lvert Fun(X,Y)\rvert=3^6=729$, pois para cada elemento de X temos três possibilidades de aplicações. ii) $\lvert Sobrej(X,Y)\rvert=\sum_{i=1}^{3}(-1)^{3-i}\binom{3}{i}\cdot i^6=540$

03 (vale 1,5 pontos). Sejam $a,b\in\mathbb{R}$. Suponha que para todo $\varepsilon>0$ temos que $a<b+\varepsilon$ então $a\le b$.	Prova: Suponha o contrário que $a>b$. Então podemos escolher $\varepsilon=a-b>0$. Logo, temos que $a<b+(a-b)=a$. Mas, isso é uma contradição. Portanto, $a\le b$.
04 (vale 2,0 pontos). No conjunto $\mathbb{C}$ dos números complexos quem é maior $2018+2017i$ ou $2018-2017i$? **Justifique!**	Solução**:** Nenhum deles, pois $\mathbb{C}$ é um corpo não ordenado. Temos que $i\in\mathbb{C}$, $i\ne 0$, mas $i\cdot i=-1<0$ e $(-i)\cdot(-i)=-1<0$.
05 (vale 2,5 pontos). Seja $A\subset\mathbb{R}$ não vazio e limitado. i) Defina $min(A)$; ii) Defina $inf(A)$; iii) Suponha que $A\subset\mathbb{R}$ tem um mínimo e um ínfimo. Prove que $inf(A)=min(A)$. iv) Seja $A=\left\{-2,-1,\frac{1}{2}\right\}$. Encontre o $inf(A)$.	i) Definição: Um número $m\in\mathbb{R}$ é dito ser o mínimo de A ($minA$) se, e somente se, i) $m\in A$ ii) $m\le a\ \forall\ a\in A$. ii) Definição: Um número $u\in\mathbb{R}$ é chamado de ínfimo (maior das cotas inferiores) de A se i) u é uma cota inferior para A $(u\le a\ \forall\ a\in A)$ ii) se v é uma cota inferior para A, então $v\le u$. iii) Prova: Por definição temos que $minA\le a$ para todo $a\in A$. Então, o $minA$ é uma cota inferior para A. Por outro lado, se $v\in\mathbb{R}$ é tal que $v\le a$ para todo $a\in A$, então $v\le minA$, pois $minA\in A$. Portanto, $inf(A)=min(A)$. iv) $inf(A)=-2$, pelo item anterior.