Universidade do Estado do Amazonas

Introdução à Análise Matemática - ESN0655 – MN

Professor Alessandro Monteiro

AP2

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem quatro problemas valendo um total de dez pontos. Você não pode usar livros, anotações, folhas de rascunho, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. Use os espaços abaixo das questões para pequenos rascunhos. **Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.**

Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	10,0

Manaus, 13 de Novembro de 2019

I. Questões	II. Respostas à **Caneta**
01 (vale 0,3 pontos cada item). Analise cada sentenças abaixo e classifique em **V**, se for verdadeira, e **F** se for falsa: **I.** Uma sequência de números reais é uma função com valor real cujo domínio é o conjunto $\mathbb{R}$. **II.** Uma sequência x_n de números reais é limitada se, e somente se, existe um número real M tal que $x_n \leq M$ para todo $n \in \mathbb{N}$. **III.** Uma sequência x_n é divergente se para todo número real L existe um número real $\varepsilon > 0$ tal que para todo $n_0 \in \mathbb{N}$, existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $n > n_0$ e $\|x_n - L\| \geq \varepsilon$. **IV.** Toda subsequência de uma sequência convergente é convergente. **V.** Toda sequência monótona possui uma subsequência convergente. **VI.** Toda sequência limitada e monótona decrescente converge para zero. **VII.** Toda sequência monótona é convergente. **VIII.** Toda sequência ilimitada é divergente. **IX.** Se para todo real $A > 0$ existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $x_n > A$ sempre que $n > n_0$ então $\lim x_n = +\infty$. **X.** Se $a_n > 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$ então $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ é crescente.	Respostas: **I.** (F) **II.** (F) **III.** (V) **IV.** (V) **V.** (F) **VI.** (F) **VII.** (F) **VIII.** (V) **IX.** (V) **X.** (V)
02 (vale 2,5 ponto). Para o item **VII** da questão anterior, prove se for uma sentença verdadeira, caso contrário, dê um contraexemplo.	**Demonstração:** Contraexemplo: Tome $x_n = n$, $n \in \mathbb{N}$. Temos que x_n é monótona crescente, mas $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = \lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$. Isto é, x_n é divergente.

03 (vale 2,5 pontos). Mostre pela definição que a sequência $x_n = \frac{n+17}{n}$ converge para o número 1.

Demonstração:

Seja dado $\varepsilon > 0$ qualquer. Tomando-se $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $n_0 > \frac{17}{\varepsilon}$, temos:

$$n > n_0 \Rightarrow n > \frac{17}{\varepsilon}$$
$$\Rightarrow \varepsilon > \frac{17}{n}$$
$$\Rightarrow \varepsilon > \left|\frac{17}{n}\right|$$
$$\Rightarrow \left|\frac{n+17}{n} - 1\right| < \varepsilon.$$

Logo,

$$x_n \to 1.$$

04 (vale 2,0 pontos). Para o item **X** da **questão 01**, prove se for uma sentença verdadeira, caso contrário, dê um contraexemplo.

Prova: Temos que

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n$$

e

$$S_{n-1} = a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1}.$$

Assim,

$$S_n - S_{n-1} = a_n.$$

Como $a_n > 0$ então

$$S_n - S_{n-1} > 0 \Rightarrow S_n > S_{n-1}.$$

Portanto, S_n é crescente.