Universidade do Estado do Amazonas

Introdução à Análise Matemática - ESN0655 – MV

Professor Alessandro Monteiro

AP2

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem quatro problemas valendo um total de dez pontos. Você não pode usar livros, anotações, folhas de rascunho, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. Use os espaços abaixo das questões para pequenos rascunhos. **Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.**

Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	10,0

Manaus, 13 de Novembro de 2019

I. Questões	II. Respostas à Caneta
01 (vale 0,3 pontos cada item). Analise cada sentenças abaixo e classifique em **V**, se for verdadeira, e **F** se for falsa:	Respostas:

I. Uma sequência de números reais é uma função $x:\mathbb{N}\to\mathbb{R}$ definida no conjunto $\mathbb{N}$ dos números naturais e tomando valores no conjunto $\mathbb{R}$ dos números reais.

II. Uma sequência x_n converge para um número real L se existe um número real $\varepsilon>0$ e $n_0\in\mathbb{N}$ tal que para todo $n\in\mathbb{N}$ temos $|x_n-L|<\varepsilon$ sempre que $n>n_0$.

III. Toda sequência divergente é ilimitada.

IV. Toda sequência x_n limitada e monótona crescente converge para o $\sup\{x_n;n\in\mathbb{N}\}$.

V. Toda sequência x_n possui uma subsequência monótona.

VI. Toda sequência de Cauchy é convergente.
ok

VII. Toda sequência ilimitada é monótona.

VIII. Se x_n e y_n são sequências tais que x_n converge para zero e y_n é limitada então $\lim(x_n\cdot y_n)=0$.

IX. Toda sequência decrescente é limitada.

X. Se $\sum a_n$ é uma série convergente então a_n converge para zero.

Respostas:

I. (V)
II. (F)
III. (F)
IV. (V)
V. (V)
VI. (V)
VII. (F)
VIII. (V)
IX. (F)
X. (V)

02 (vale 2,5 pontos). Para o item III da questão anterior, prove se for uma sentença verdadeira, caso contrário, dê um contraexemplo.

Demonstração:

Contraexemplo:

Tome $x_n = \frac{1+(-1)^n}{2}$, $n\in\mathbb{N}$. Ou seja, $x_n = (0,1,0,1,\dots)$. Temos que x_n é divergente, mas é limitada, pois $|x_n|\leq 1$ $\forall n\in\mathbb{N}$

03 (vale 2,5 pontos). Mostre pela definição que a sequência $x_n = \dfrac{n}{n+17}$ converge para o número 1.	**Demonstração:** Seja dado $\varepsilon > 0$ qualquer. Escolhendo-se $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $n_0 > \frac{17}{\varepsilon} - 17$, temos: $n > n_0 \Rightarrow n > \frac{17}{\varepsilon} - 17$ $\Rightarrow n + 17 > \frac{17}{\varepsilon}$ $\Rightarrow \varepsilon > \frac{17}{n+17}$ $\Rightarrow \varepsilon > \left\| \frac{-17}{n+17} \right\|$ $\Rightarrow \left\| \frac{n}{n+17} - 1 \right\| < \varepsilon$. Logo, $x_n \to 1$.
04 (vale 2,0 pontos). Para o item **X** da **questão 01**, prove se for uma sentença verdadeira, caso contrário, dê um contraexemplo.	Prova: Se $\sum a_n$ é convergente então $S_n = a_1 + \dots + a_n$ é convergente. Como $S_n - S_{n-1} = a_n$ então $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \lim\limits_{n\to+\infty} (S_n - S_{n-1})$. Seja $\lim\limits_{n\to\infty} S_n = a \in \mathbb{R}$. Temos: $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \lim\limits_{n\to+\infty} S_n - \lim\limits_{n\to+\infty} S_{n-1}$ $= a - a$ $= 0$. Logo, a_n converge para zero