

---

Universidade do Estado do Amazonas

Cálculo I – ESNMAT07

Professor Alessandro Monteiro

AP1

---

**Instruções:** Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe quatro problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

**As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.**

Nome: \_\_\_\_\_ **GABARITO**

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	

Manaus, 30 de Outubro de 2019

I. Questões	II. Respostas à Caneta
<p><b>01 (Vale 4,0 pontos)</b> Resolva cada um dos limites dados abaixo. <b>JUSTIFIQUE!</b></p>	<p><b>Resposta (a):</b> <math>\frac{1}{15}</math>  <b>Justificativa:</b></p>
<p>a) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x + 7}{x^2 - 6x + 8}</math></p>	$= \frac{(-1)^3 + 5 \cdot (-1) + 7}{(-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 8} = \frac{1}{15}$
<p>b) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^5 - 8x^2 + 4x}{7x^4 + 5x + 6}</math></p>	<p><b>Resposta (b):</b> <math>+\infty</math>  <b>Justificativa:</b></p>
<p>c) <math>\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2019x)^{2019x}</math></p>	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^5}{7x^4} = \frac{3}{7} \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$
<p>d) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x+2019}</math></p>	<p><b>Resposta (c):</b> <math>1</math>  <b>Justificativa:</b></p>
<p>e) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{x}</math></p>	$= (1 + 2019 \cdot 0)^{2019 \cdot 0} = (1 + 0)^0 = 1^0 = 1$
<p>f) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2}</math>, onde <math>g(x) = \begin{cases} x, &amp; \text{se } x \geq 2 \\ \frac{x^2}{2}, &amp; \text{se } x &lt; 2 \end{cases}</math></p>	<p><b>Resposta (d):</b> <math>e</math>  <b>Justificativa:</b></p>
<p>g) <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{x}}</math></p>	$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \cdot \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2019} = e \cdot 1 = e \cdot 1 = e$
<p>h) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x^2}{x^4}</math></p>	<p><b>Resposta (e):</b> <math>1</math>  <b>Justificativa:</b></p>
<p>Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!</p>	$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(\sin x)}{\sin x} \cdot \frac{\sin x}{x} \right) = \lim_{\sin x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x)}{\sin x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \cdot 1 = 1$
	<p><b>Resposta (f):</b> <math>2</math>  <b>Justificativa:</b></p>
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{x^2}{2} - 2}{x - 2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$

Resposta (g): 0

Justificativa: pois,

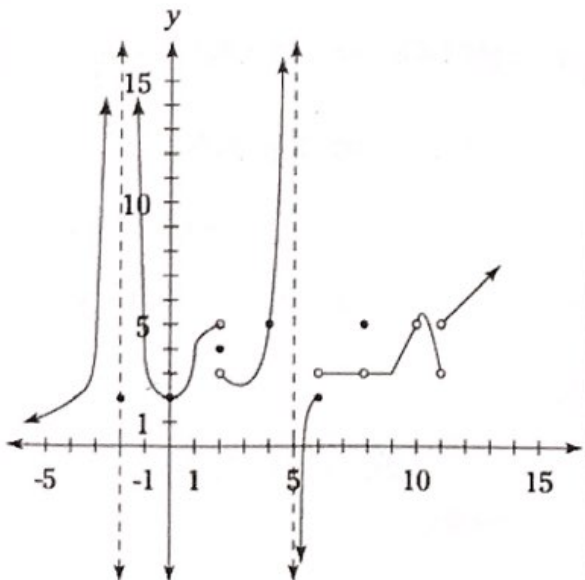
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty \quad \text{e} \quad 0^{+\infty} = 0.$$

Resposta (h):

Justificativa:

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x^2)(1 + \cos x^2 + \cos^2 x^2) \cdot (1 + \cos x^2)}{x^4 \cdot (1 + \cos x^2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x^2)^2 \cdot (1 + \cos x^2 + \cos^2 x^2)}{(x^2)^2 \cdot (1 + \cos x^2)} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \\ &= \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

02 (vale 3,0 pontos) Verifique se a função representada graficamente abaixo é contínua ou descontínua em: (a)  $x = -2$ ; (b)  $x = 2$ ; (c)  $x = 4$ ; (d)  $x = 5$ ; (e)  $x = 11$ . Justifique!



Respostas (a): NÃO É CONTÍNUA EM  $x = -2$ , UMA VEZ QUE,  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) \neq f(-2) = 2$ .

QUEBRA

Respostas (b): NÃO É CONTÍNUA EM  $x = 2$ , POIS  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$  E  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$ . ISTO É, NÃO EXISTE O  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ .

SALTO

Respostas (c):

É CONTÍNUA EM  $x = 4$ , POIS

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4) = 5.$$

Respostas (d): NÃO É CONTÍNUA EM  $x = 5$ , POIS NÃO EXISTE O  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ .

QUEBRA

Respostas (e): NÃO É CONTÍNUA EM  $x = 11$ , POIS ~~f~~ NÃO ESTÁ DEFINIDA ~~em~~ NESTE PONTO.

FURO

03 (vale 2,0 pontos) Determine todos os valores das constantes A e B para que a função a seguir seja contínua para todos os valores de x. **JUSTIFIQUE!**

$$f(x) = \begin{cases} Ax - B, & \text{se } x \leq -1 \\ 2x^2 + 3Ax + B, & \text{se } -1 < x \leq 1 \\ 4, & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Resposta:  $A = \frac{3}{4}$  e  $B = -\frac{1}{4}$   
 Justificativa: Temos:

$$\begin{aligned} & \bullet f(-1) = -A - B \\ & \bullet \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -A - B \\ & \bullet \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2 - 3A + B \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \Rightarrow -A - B = 2 - 3A + B \\ \Rightarrow 2A - 2B = 2 \\ \Rightarrow \boxed{A - B = 1} \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \bullet f(1) = 2 + 3A + B \\ & \bullet \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 + 3A + B \\ & \bullet \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \Rightarrow 2 + 3A + B = 4 \\ \Rightarrow \boxed{3A + B = 2} \end{array}$$

Logo,

$$\begin{cases} A - B = 1 \\ 3A + B = 2 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{3}{4} \text{ e } B = -\frac{1}{4}$$

04 (vale 1,0 ponto). Prove pela definição "ε, δ" que  $\lim_{x \rightarrow 1010} (2x - 1) = 2019$ .

Seja dado  $\epsilon > 0$  qualquer. Tomando se  $\delta = \frac{\epsilon}{2}$  temos ~~para~~ para todo  $x \in D_f$  que

$$0 < |x - 1010| < \delta \Rightarrow |x - 1010| < \frac{\epsilon}{2}$$

$$\Rightarrow 2|x - 1010| < \epsilon$$

$$\Rightarrow |2x - 2020| < \epsilon$$

$$\Rightarrow |(2x - 1) - 2019| < \epsilon.$$

Logo,

$$\lim_{x \rightarrow 1010} (2x - 1) = 2019.$$