I OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO MARECHAL RONDON – I OMMR
GABARITO - PROVA – NÍVEL 2 – 15 DE NOVEMBRO DE 2015

01	C
02	D
03	B
04	A
05	B
06	C
07	C
08	E
09	C
10	E
11	C
12	A
13	A
14	D
15	B
16	A
17	D
18	D

I OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO MARECHAL RONDON – I OMMR
GABARITO - PROVA – NÍVEL 2 – 15 DE NOVEMBRO DE 2015

19. (DISCURSIVA 1) De quantas maneiras poderemos escrever 2015 como a soma de dois primos?

<u>Uma solução:</u>

Note que se 2015 é ímpar então só pode ser escrito como a soma de um número par com um número ímpar. Mas o único número primo par é o número 2, assim podemos escrever 2015 = 2 + 2013. Como 2013 é divisível por 3, então não existe possibilidades de escrevermos 2015 como a soma de dois primos.

I OLIMPÍADA DE MATEMÁTICA DO MARECHAL RONDON – I OMMR
GABARITO - PROVA – NÍVEL 2 – 15 DE NOVEMBRO DE 2015

20. (DISCURSIVA 2) Em um trapézio ABCD de bases $\overline{AB} = b$ e $\overline{CD} = B$, os lados não paralelos são AD e BC. Se EF é o segmento paralelo às bases, com $E \in AD$ e $F \in BC$, tal que EF divide o trapézio ABCD em dois trapézios de mesma área, então mostre que $\overline{EF} = \sqrt{\dfrac{B^2 + b^2}{2}}$.

<u>Uma solução:</u>

Seja h e x as alturas dos trapézios ABCD e ABFE, respectivamente. Fazendo-se $\overline{EF} = y$, temos que:

i) $\dfrac{y+b}{2} \cdot x = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{B+b}{2} \cdot h \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{h}{x} = \dfrac{2y+2b}{B+b};$

ii) $\dfrac{y+b}{2} \cdot x = \dfrac{y+B}{2} \cdot (h-x) \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{h}{x} - 1 = \dfrac{y+b}{y+B};$

Assim, substituindo-se (i) em (ii), temos também que

$$\frac{2y+2b}{B+b} - 1 = \frac{y+b}{y+B} \Rightarrow \frac{2y+2b}{B+b} = \frac{2y+b+B}{y+B}$$

$$\Rightarrow 2y^2 + 2yB + 2by + 2Bb = 2yB + 2yb + B^2 + 2Bb + b^2$$

$$\Rightarrow y^2 = \frac{B^2 + b^2}{2}$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{\frac{B^2 + b^2}{2}}.$$

Portanto, $\overline{EF} = \sqrt{\dfrac{B^2 + b^2}{2}}$.