
Universidade do Estado do Amazonas

Matemática Elementar I – ESN0130 - 2022/1

Professor Alessandro Monteiro

AP1

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe cinco problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: _____

Ugabrito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 30 de Agosto de 2022

I. Questões

II. Respostas à Caneta

01 (Vale 2,0 pontos)

a) Defina o conjunto \mathbb{Q} dos números racionais.

b) Estabeleça a seguinte propriedade de proporção: se a , b , c e d são reais diferentes

de zero, tais que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, então

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}.$$

Justifique!

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!

Definição (a):

O conjunto \mathbb{Q} dos números racionais é formado por todos os números que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$, onde $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}^*$.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}; a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}.$$

Respostas (b):

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = t &\Rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{bt+dt}{b+d} \\ &= \frac{(b+d)t}{b+d} \\ &= t. \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}.$$

02 (vale 2,0 pontos) Seja x um número real qualquer. Analise as proposições abaixo:

(i) $(x + \sqrt{2022}) \in \mathbb{I}$;

(ii) $x^0 \in \{0,1\}$;

(iii) $x\sqrt{3} = \sqrt{3x^2}$;

(iv) $\sqrt{(-2023)^2} = -2023$;

(v) $0,202320232023 = \frac{2023}{9999}$;

(vi) $\frac{x}{x+1} > x \Rightarrow x > x^2 + x, x \neq -1$.

(i) () V (X) F

Justificativa:

$$x = -\sqrt{2022} \Rightarrow x + \sqrt{2022} = 0 \notin \mathbb{I}$$

(ii) () V (X) F

Justificativa:

0^0 é indeterminado.

(iii) () V (X) F

Justificativa:

$$x\sqrt{3} = \begin{cases} \sqrt{3x^2}, & x \geq 0 \\ -\sqrt{3x^2}, & x < 0. \end{cases}$$

(iv) () V (X) F

Justificativa:

$$\sqrt{(-2023)^2} = |-2023| = 2023.$$

(v) () V (X) F

Justificativa:

$$0,202320232023 \neq 0,\overline{2023}$$

$$\begin{array}{r} 2023 \\ \hline 9999 \end{array}$$

(vi) () V (X) F

Justificativa:

$$x = -2 \Rightarrow -2 < (-2)^2 + (-2) = 2.$$

03 (vale 2,0 pontos).

a) Reduza ao máximo a expressão

$$\frac{a^4 + b^4 - 6a^2b^2}{a^2 - b^2 + 2ab}, \text{ onde } a > b.$$

b) Transforme o radical duplo em uma soma ou diferença de radicais simples

$$\sqrt{5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}}.$$

Resposta (a): $a^2 - b^2 - 2ab.$

Justificativa: Pois,

$$\begin{aligned} a^4 + b^4 - 6a^2b^2 &= a^4 + b^4 - 2a^2b^2 - 4a^2b^2 \\ &= (a^2 - b^2)^2 - (2ab)^2 \\ &= (a^2 - b^2 - 2ab)(a^2 - b^2 + 2ab). \end{aligned}$$

Resposta (b):

$$\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{18}$$

Justificativa:

$$\begin{aligned} \sqrt{5\sqrt{2} + 4\sqrt{3}} &= \sqrt{\sqrt{2}(5 + 4\sqrt{3}/\sqrt{2})} \\ &= \sqrt{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} \\ &= \sqrt[4]{2} \cdot (\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ &= \sqrt[4]{2} \cdot (\sqrt[4]{4} + \sqrt[4]{9}) \\ &= \sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{18}. \end{aligned}$$

04 (vale 2,0 pontos)

a) Defina Módulo de um número real;

b) Encontre o conjunto solução da equação $|2x+1| < 2023$.

a) Definição: Seja $x \in \mathbb{R}$. Definimos o módulo de x , representado por $|x|$, como

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

b) Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R}; -1012 < x < 1011\}$.
Justificativa:

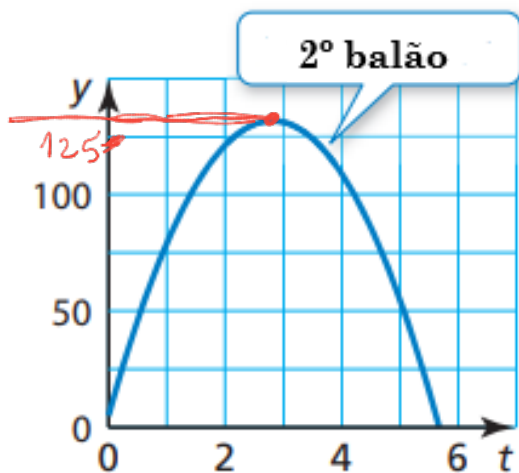
$$-2023 < 2x + 1 < 2023$$

$$\Downarrow$$
$$\begin{array}{ccc} -\cancel{2024} & < x & < \cancel{2022} \\ \swarrow 2 & & \swarrow 2 \\ -1012 & & 1011 \end{array}$$

05 (vale 2,0 pontos) Um grupo de amigos está lançando balões de água. A função definida por

$$f(t) = -16t^2 + 80t + 5$$

representa a altura (em metros) do primeiro balão de água t segundos após ele ser lançado. A altura do segundo balão de água t segundos após o lançamento é mostrado no gráfico. Qual balão de água subiu mais alto?



Resposta:

() 1º balão

(~~X~~) 2º balão

Justificativa:

1º balão \rightarrow $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ \nearrow altura

$$= -\frac{80^2 + 4 \cdot 16 \cdot 5}{4 \cdot (-16)}$$

$$= \frac{80(80+4)}{4 \cdot 16}$$

$$= 105 \text{ m}$$

2º balão \rightarrow ~~alt.~~ \rightarrow 125 m \nwarrow y_v