Professor Alessandro Monteiro

Matemática Elementar I – Lista 04 – Função Afim e Quadrática

01. Defina Produto cartesiano. Prove que a quantidade de elementos de um produto cartesiano entre dois conjuntos é igual ao produto entre a quantidade de elementos do primeiro e do segundo conjunto.

02. Defina Relação. Defina Função. Dê exemplos.

03. Defina Domínio e Contradomínio de uma Função. Dê exemplos.

04. Defina Imagem de uma Função. Dê exemplos.

05. Defina Funções Iguais. Defina Zero da Função. Dê exemplos.

06. Defina função Constante. Dê exemplos.

07. Defina Função Identidade. Defina Função Linear. Dê exemplos.

08. Defina Função Polinomial do Primeiro Grau. Dê exemplos.

09. Prove que o gráfico de uma função Afim é sempre uma reta.

10. Defina Função Crescente. Defina Função Decrescente. Defina Gráfico de Função.

11. Prove que a função afim é crescente (decrescente) se, e somente se, a taxa de variação for positiva (negativa).

12. Defina Função Polinomial do 2° Grau. Dê exemplos.

---

13. Defina Vértice da Função Quadrática. Dê exemplos.

---

14. Considere a função quadrática definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Prove que se a > 0 então f admite um valor mínimo $y = -\frac{\Delta}{4a}$. Estabeleça e prove um resultado similar para o caso em que a < 0.

---

15. Sejam a, b e c reais com a diferente de zero e $f(x) = ax^2 + bx + c$ para cada x em $\mathbb{R}$. Mostre que se a > 0 então f é decrescente em $\left(-\infty, -\frac{b}{2a}\right)$ e crescente em $\left[-\frac{b}{2a}, +\infty\right)$. Estabeleça e prove um resultado similar para o caso em que a < 0.

---

16. Seja f uma função quadrática de domínio e contradomínio reais definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a é não nulo. Mostre que se a > 0 então $\mathrm{Im}(f) = \left[-\frac{\Delta}{4a}, +\infty\right)$. Estabeleça e prove um resultado similar para o caso em que a < 0.

---

17. Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$, $\Delta > 0$ e $x_1 < x_2$ os zeros da função. Prove que se a > 0, então f(x) < 0 se, e somente se, $x \in (x_1, x_2)$. Estabeleça resultados similares afim de comprovar o estudar do sinal de uma função quadrática para qualquer caso possível.