Universidade do Estado do Amazonas

Matemática Elementar I – ESN0130

Professor Alessandro Monteiro

AP2

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe cinco problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 03 de Outubro de 2022

I. Questões	II. Respostas **à Caneta**
01 (Vale 2,0 pontos) Sobre o Módulo de um Número Real: **a)** Escreva a definição. **b)** Resolva a equação: $\left\|\|x\|-2022\right\|=7.$ **Justifique!** **Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!**	**a) Definição:** Seja x um número real. O módulo ou valor absoluto de x é dado por: $\|x\| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$
	Resposta b): **Justificativa:** $\left\|\|x\| - 2022\right\| = 7 \overset{def.}{\Rightarrow} \begin{cases} \|x\| - 2022 = 7, & \|x\| \geq 2022 \\ -\|x\| + 2022 = 7, & \|x\| < 2022 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} \|x\| = 2029, & \|x\| \geq 2022 \\ \|x\| = 2015, & \|x\| < 2022 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2029 \\ x = \pm 2015 \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{-2029, -2015, 2015, 2029\}.$

02 (vale 2,0 pontos) Sobre a Função Modular:

a) Escreva a definição.

b) Esboce o gráfico da função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=-2|x-2|+2$.

c) Esboce o gráfico da função $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $g(x)=|x^2-4x+3|$.

a) Definição:

Seja $g(x)$ uma função real. Definimos por função modular as funções:

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$
$$x\mapsto |g(x)|$$

Ex:

$$g(x)=x \Rightarrow f(x)=|x|.$$

Gráfico b):

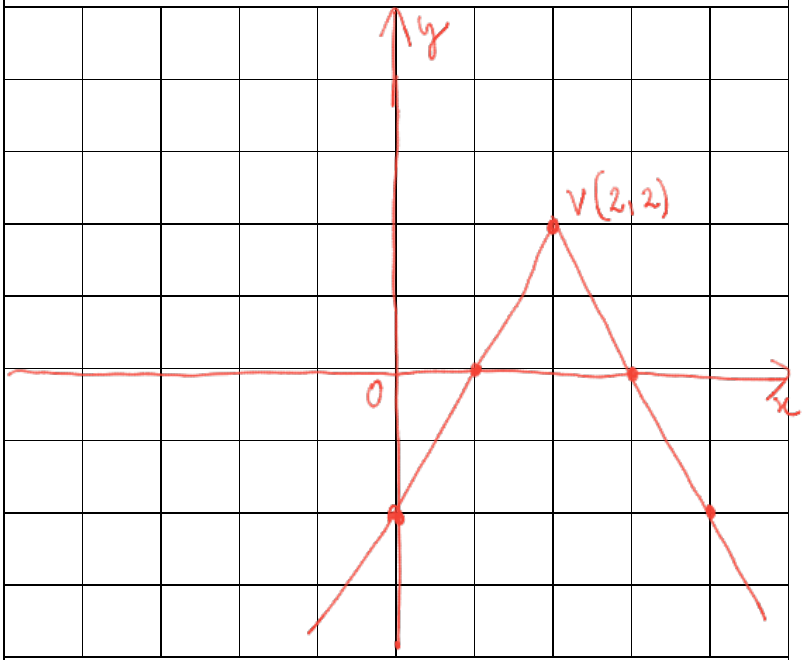
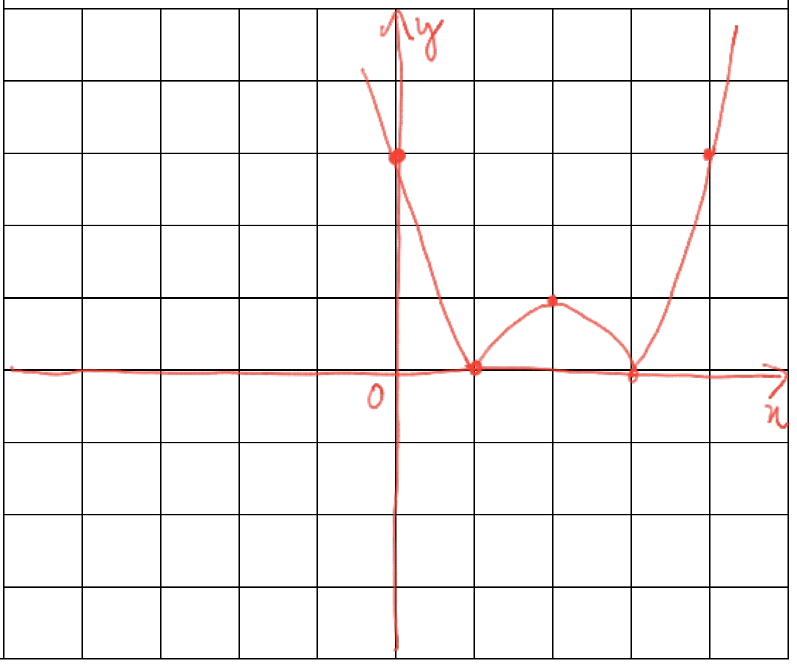


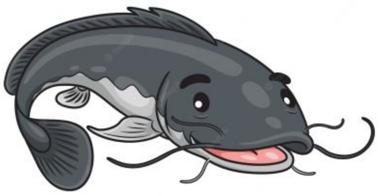
Gráfico c):



03 (vale 2,0 pontos). Um peixe-gato pesa cerca de 450 gramas. Durante as próximas 8 semanas, seu peso aumentará cerca de 10% a cada semana.

a) Escreva uma expressão que modele o problema. Exiba os coeficientes numéricos necessários.

b) Quanto pesará o peixe-gato no fim da oitava semana? (Use que $1,1^8 = 2,14$).



a) Reposta:

$P(x) = 450.(1,1)^x$

Justificativa:

$P(x) = P_0 \cdot a^x \Rightarrow P(x) = 450 \cdot a^x$

$\Rightarrow P(1) = 450.a^1 = 495$

$\Rightarrow a = \frac{495}{450} = 1,1$

$\therefore P(x) = 450.(1,1)^x.$

b) Reposta:

963 g.

Justificativa:

$P(8) = 450 . 1,1^8 = 450 . 2,14 = 963 g$

04 (vale 2,0 pontos) Classifique as proposições abaixo em V (verdadeiro) ou F (falso). **Justifique!**

i) O vértice de uma função modular definida nos reais com $f(x) = -2022|x+2022| - 2022$ é representado por $(-2022, 2022)$;

ii) Logaritmo é um número real x que pode ser escrito na forma $x = \log_a b$ onde os números reais a e b são tais que $0 < a \neq 1$ e $b > 0$.

iii) O domínio de uma função exponencial é sempre igual a $\mathbb{R}_+^*$.

iv) Uma função exponencial definida por $f(x) = \left(\frac{5}{3}\right)^x$ é crescente.

v) Uma função do tipo $f: \mathbb{R}_+^* \to \mathbb{R}$ com $f(x) = \log_a x$, onde $0 < a \neq 1$, é chamada função logarítmica (inversa da função exponencial). E seu gráfico sempre passa pelo ponto $(0,1)$.

a) Resposta: ( ) V (X) F

Justificativa:

$V(-2022, -2022)$

b) Resposta: (X) V ( ) F

Justificativa:

$x = \log_a b \Leftrightarrow a^x = b$, $0 < a \neq 1$ e $b > 0$

c) Resposta: ( ) V (X) F

Justificativa:

Podemos também tomar valores negativos no domínio.

ex: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$, $f(x) = 2^x$.

d) Resposta: (X) V ( ) F

Justificativa:

$\frac{5}{3} > 1 \Rightarrow f$ é crescente.

e) Resposta: ( ) V (X) F

Justificativa:

O gráfico de f passa por $(1,0)$

$\log_a x = 0 \Leftrightarrow a^0 = x \Leftrightarrow x = 1$.

05 (vale 2,0 pontos)

a) Encontre o quociente diferencial para as funções definidas por $f(x) = x^2 - 3x + 1$;

b) Mostre que o quociente $\dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$ para a função exponencial definida por $f(x) = e^x$ é igual a $\dfrac{e^x}{\ln(1+u)^{\frac{1}{u}}}$ onde $u = e^h - 1$.

a) Resposta: $2a - 3 + h$

Justificativa:

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{(a+h)^2 - 3(a+h) + \cancel{1} - a^2 + 3a - \cancel{1}}{h}$$

$$= \frac{\cancel{a^2} + 2ah + h^2 - \cancel{3a} - 3h - \cancel{a^2} + \cancel{3a}}{h}$$

$$= \frac{\cancel{h}(2a - 3 + h)}{\cancel{h}} = 2a - 3 + h$$

b) Justificativa:

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{e^{x+h} - e^x}{h}$$

$$= \frac{e^x(e^h - 1)}{h}$$

$$\boxed{u = e^h - 1 \Rightarrow \ln(u+1) = \ln e^h \Rightarrow \ln(u+1) = h \cdot \underbrace{\ln e}_{1} \Rightarrow h = \ln(u+1).}$$

$$= \frac{e^x \cdot u}{\ln(1+u)}$$

$$= \frac{e^x}{\frac{1}{u}\ln(1+u)}$$

$$= \frac{e^x}{\ln(1+u)^{\frac{1}{u}}}.$$