

4ª Lista de Introdução à Álgebra

Professor: Alessandro Monteiro

- Demonstração por Indução

01. Mostre que:

a) $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$;

b) $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$;

c) $n! \geq 2^n \quad \forall \quad n \geq 4$;

d) $(1+x)^n \geq 1+nx, \quad x \geq -1 \quad e \quad n \in \mathbb{N}$;

e) $2n+1 \leq 2^n, \quad n \geq 2$;

f) $\left(\frac{n+1}{n}\right)^n \geq n \quad \forall \quad n \geq 3$;

g) $1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;

h) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$;

i) $n! \geq 3^n \quad \forall \quad n \geq 7$;

j) $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$;

02. Mostre que 3 divide $5^n + 2 \cdot 11^n$, nos inteiros, para todo natural n.

03. Mostre que $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ é divisível por 9, para todo natural n.

Tem maisss...!

...tinha...