Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

1º Sábado - Matrizes - 11/03/2017

1. Plano e Programa de Ensino
2. Matrizes
3. Exemplos
4. Ordem de Uma Matriz
5. Exemplos
6. Representação
7. Matriz Genérica m x n
8. Matriz Linha
9. Exemplos
10. Matriz Coluna
11. Exemplos
12. Diagonal de Uma Matriz
13. Exemplos
14. Matriz Quadrada
15. Exemplos
16. Matriz Diagonal
17. Exemplos
18. Matriz Escalar
19. Exemplos
20. Matriz Identidade e Notação Especial
21. Exemplos
22. Matrizes Iguais
23. Exemplos
24. Outros Tipos de Matrizes
25. Matriz Nula
26. Matriz Triangular Inferior
27. Matriz Triangular Superior
28. Matriz Transposta
29. Matriz Oposta
30. Matriz Simétrica
31. Matriz Anti-simétrica
32. Soma de Matrizes
33. Exemplos
34. Propriedades da Soma
35. Diferença de Matrizes
36. Exemplos
37. Propriedades da Transposta

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

2º Sábado - Matrizes e Propriedades - 18/03/2017

1. Exercício 1: Exemplo de matriz anti-simétrica 3x3
2. Forma de uma matriz anti-simétrica nxn
3. Multiplicação de uma matriz por um escalar
4. Exemplo 1
5. Multiplicação de Matrizes
6. Exercício 2: Considere as matrizes

$A = \begin{pmatrix} 20172017 & 20172017 \\ 20172017 & 20172018 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Determine a matriz $C = A^2 - B^2 - (A+B)(A-B)$. **Resposta: AB - BA**

7. O produto de matrizes não é comutativo
8. Traço de uma matriz quadrada
9. Propriedades

10. Exercício 3: Sejam A e B matrizes quadradas de ordem n tais que AB=A e BA=B. Então $[(A+B)^t]^2$ é igual a:

a) $(A+B)^2$ b) $2(A^t . B^t)$ **c) $2(A^t + B^t)$** d) $A^t + B^t$ e) $A^t . B^t$

11. Exercício 4: Seja A uma matriz 2x2 simétrica e não nula, cujos elementos são tais que a_{11}, a_{12} e a_{22} formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão q diferente de 1 e tr A = $5a_{11}$. Sabendo-se que o sistema AX = X admite solução não nula X pertencente ao conjunto das matrizes 2x1, pode-se afirmar que $a_{11}^2 + q^2$ é igual a:

a) **101/25** b) 121/25 c) 5 d) 49/9 e) 25/4

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

3º Sábado – Determinantes - 25/03/2017

01. Menor de Uma Matriz
02. Exemplo 1
03. Determinante de Uma Matriz 1x1 e 2x2
04. Exemplo 2
05. Determinante de Uma Matriz 3x3
06. Exemplo 3
07. Cofator
08. Exemplo 4
09. Exemplos 5 e 6:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 3 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = -75 \qquad \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 1 & 3 \\ 1 & -5 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 6 \end{vmatrix} = 13$$

10. Determinante de Uma Matriz Triangular Inferior
11. Determinante da Matriz Identidade
12. Determinante Nulo
    a)Matriz com fila nula
    b) Matriz com filas iguais
    c) Filas Paralelas Proporcionais
    d) Fila escrita como combinação linear das outras
13. Propriedades dos Determinantes
    a) Jacobi
    b) $\det(\alpha L_1, L_2, \ldots, L_n) = \alpha \det(L_1, L_2, \ldots, L_n)$
    c) det(A) = det(A^T)
14. Exemplo 7:

$$\begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -2 & 8 & -9 \\ -1 & 7 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & -5 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} = 15$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -8 & 6 & 8 \\ 3 & -9 & 5 & 10 \\ -3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 & 4 \\ 3 & -9 & 5 & 10 \\ -3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -4 & 0 & 6 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & -4 & -2 \\ 0 & -12 & 10 & 10 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & -4 & -2 \\ 0 & 0 & -6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 18$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -2 & 0 \\ 5 & -6 & -1 & 0 \\ -6 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 7 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 5 & -6 & 4 \\ 2 & -6 & 0 & 7 \\ -2 & -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 4 \\ 2 & -6 & 0 & 7 \\ -2 & -1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \\ -2 & -1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \\ -2 & -1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

4º Sábado – Determinantes, Matriz Inversa e Sistemas Lineares - 01/04/2017

1. Outras Propriedades
2. Exercício 1: Justifique a igualdade:
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & 8 & 15 \\ 3 & 9 & 27 & 40 \\ 4 & 16 & 62 & 83 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 1 \\ 3 & 9 & 27 & 1 \\ 4 & 16 & 62 & 1 \end{vmatrix}$$
3. Técnicas para o cálculo de determinantes:
   a) Regra de Sarrus
   b) Eliminação de Gauss (Escalonamento)
   c) Laplace
   d) Chió
4. Exercício 2: Calcule usando todas as regras acima: $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1/3 & 2/3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$
5. Matriz e Determinante de Vandermonde
6. Exemplo 1
7. Matriz Inversa
8. Exemplo 2
9. Proposição 1: A inversa, quando existe, é única.
10. Notação: A^{-1}
11. Propriedades da Inversa
12. Exercício 3: Seja $A = (a_{ij})_{nxn}$ uma matriz tal que $A^3 = \bar{0}$. Mostre que a inversa de $I_n - A$ é a matriz $I_n + A + A^2$.
13. Teorema 1: det A^{-1} = 1/det A
14. Inversa de Uma Matriz de Ordem 2
15. Matriz Adjunta
16. Exemplo 3: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow AdjA = \begin{bmatrix} -6 & 4 & -5 \\ 0 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$
17. Teorema 2: Se A é uma matriz nxn então $A \cdot AdjA = AdjA \cdot A = \det A \cdot I_n$.
18. Teorema 3: Seja A uma matriz nxn, se $\det A \neq 0$ então $A^{-1} = \frac{1}{\det A} AdjA$.
19. Exercício 4: Justifique a fórmula fechada para a Inversa de Ordem 2
20. Exercício 5: Calcule a inversa da matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$.
21. Matriz Ortogonal e Algumas Proposições
22. Exercício 6: Estudar Sistemas Lineares e Classificação

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

5º Sábado - Espaço e Subespaço Vetorial - 08/04/2017

01. Exercício 1: Resolva o sistema: $\begin{cases} 7x+2y+z=21 \\ 3y-z=5 \\ -3x+4y-2z=-1 \end{cases}$ Resposta: $x=3, y=1, z=-2$
02. Exercício 2: Prove que a inversa de uma matriz simétrica é simétrica.
03. Espaço Vetorial
04. Exemplo 1
05. Proposição 1: Sobre unicidades
06. Proposição 2: Propriedades

    a) $u+v=u+w \Rightarrow v=w \quad \forall u,v,w \in V$

    b) $0 \cdot v = 0_v \quad \forall \quad v \in V$

    c) $\alpha \cdot 0_v = 0_v \quad \forall \quad \alpha \in R$

    d) $\alpha \cdot v = 0_v \Rightarrow \alpha = 0 \quad ou \quad v = 0_v$

    e) $-1 \cdot v = -v \quad \forall \quad v \in V$
07. Subespaço Vetorial
08. Exemplo 2: Conjunto dos múltiplos escalares de um vetor não nulo $v \in V \neq \{0_v\}$
09. Exercício 3: Mostre que os conjuntos das matrizes simétricas e anti-simétricas são subespaços do espaço das matrizes quadradas nxn.
10. Proposição 3: Sobre União e Interseção de Subespaços
11. Soma e Soma Direta
12. Exemplo 3
13. Proposição 4: Sobre Soma de Subespaços
14. Exercício 4: Verifique se são subespaços:

a) $W = \{(x,y,z) \in R^3; z = x^3\}$

b) $W = \{(x,y,z) \in R^3; z \geq 0\}$

c) $W = \left\{(x,y,z) \in R^3; z = 0 \quad e \quad xy \geq 0\right\}$

d) $U = \{(x,y,z,w) \in R^4; x - y = 2\}$

e) $U = \{(x,y,z,w) \in R^4; x = y = 0\}$

15. Exercício 5: Sejam W_1 e W_2 subespaços de um espaço vetorial V. Então, $V = W_1 \oplus W_2$ se, e somente se, todo elemento de $v \in V$ se escreve, de modo único, como soma $v = v_1 + v_2$, onde $v_1 \in W_1$ e $v_2 \in W_2$.

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

6º Sábado – Combinação Linear e Geradores - 15/04/2017

01. Exercício 1: Classifique os sistemas abaixo em SPD, SPI ou SI.

a) $\begin{cases} 2x-3y+z=-7 \\ x+2y+2z=4 \\ 7x-y+5z=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x+2y+z=2 \\ -x+5y-2z=1 \\ x+19y-4z=7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+6y+4z=-2 \\ 3x-2y+4z=0 \\ -x+14y+4z=5 \end{cases}$

Respostas: SPD, SPI e SI.

02. Exercício 2: Mostre que $S=\{(x,y,z)\in R^3; x+y+z=0\}$ é um subespaço vetorial de R^3.
03. Exercício 3: Mostre que o conjunto das funções $f\in C([a,b];R)$ tais que $\int_a^b f(x)dx=0$ é um subespaço vetorial de $C([a,b];R)$.
04. Combinações Lineares
05. Exemplo 1: Em $P_2(R)$, o polinômio $p(x)=2017+2017x^2$ é combinação linear dos polinômios $r(x)=1$, $s(x)=x$ e $t(x)=x^2$.
06. Exemplo 2: Em R^3, o vetor $u=(1,1,1)$ é combinação linear dos vetores $m=(1,2,3)$, $n=(3,2,0)$ e $p=(2,0,0)$.
07. Conjunto de Geradores
    a) Conjunto de todas as combinações lineares de vetores de S ($[S]$)
    b) Conjunto de Geradores de V
    c) Espaço finitamente gerado
08. Proposição 1: $[S]\leq V$
09. Exercício 4: Mostre que o conjunto $S=\{(1,0,0,1),(0,1,0,0),(1,1,1,1),(1,1,1,0)\}$ gera o R^4.
10. Proposição 2: Seja V um espaço vetorial e S e T subconjuntos não vazios de V. Prove que:

a) $S\subset[S]$
b) $S\subset T\Rightarrow[S]\subset[T]$
c) $[[S]]=S$
d) $S\leq V\Rightarrow S=[S]$
e) $[S\cup T]=[S]+[T]$

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

7º Sábado – Dependência Linear e Bases - 22/04/2017

1. Vetores L.I
2. Vetores L.D
3. Exemplo 1: Verifique se a sequência de polinômios $p_1(t)=1+t^2$, $p_2(t)=t+t^2$ e $p_3(t)=1+t+t^2$ é L.D ou L.I.
4. Teorema 1. Seja X um conjunto L.I no espaço vetorial V. Se $\alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_n u_n = 0_v$ com $u_1, \ldots, u_n \in X$ então $\alpha_1 = \ldots = \alpha_n = 0$.
5. Teorema 2: (Recíproca do Teorema 1)
6. Exercício 1: Mostre que o conjunto formado por um único vetor não nulo é sempre L.I.
7. Proposição 1: Se uma sequência de vetores é L.D em um espaço vetorial V então pelo menos um deles se escreve como combinação linear dos outros.
8. Proposição 2: Se uma sequência de vetores é L.D em um espaço vetorial V então qualquer sequência finita de vetores de V que os contenha também será L.D
9. Proposição 3: Se uma sequência de vetores é L.I em um espaço vetorial V então qualquer subsequência destes vetores também é L.I.
10. Exercício 2: (Proposição 4) Se uma sequência de vetores é L.I em um espaço vetorial V e se juntarmos a ela um vetor qualquer de V e a mesma passar a ser L.D então este vetor é combinação linear dos outros.
11. Proposição 5: Sejam $u_1, \ldots, u_n$ vetores L.I em um espaço vetorial V. Então cada vetor $v \in [u_1, \ldots, u_n]$ se escreve de maneira única como $v = \alpha_1 u_1 + \ldots + \alpha_n u_n$.
12. Exercício 3: Verifique se os conjuntos são L.D ou L.I.

    a) $S = \{(6,2,1), (-1,3,2)\}$

    b) $T = \left\{ \left(\frac{3}{4}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \right), \left(3,4,\frac{7}{2} \right), \left(-\frac{3}{2}, 6, 2 \right) \right\}$

    c) $U = \{(1,0,0), (0,4,0), (0,0,-6), (1,5,-3)\}$

Respostas: L.I, L.I e L.D

13. Base
14. Exemplos
15. Exercício 4: Seja $\{u_1, \ldots, u_n\}$ uma base de V. Mostre que $\{u_1, \ldots, u_{n-1}\}$ não é uma base de V.
16. Exercício 5: Mostre que $u=(1,1,1)$, $v=(1,2,3)$ e $w=(1,4,9)$ formam uma base de R^3. Exprima os vetores da base canônica de R^3 como combinação linear de u, v e w.

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

8º Sábado – Base e Dimensão e Exercícios - 29/04/2017

1. Dimensão
2. Exemplos
3. Teorema 1. Sejam $v_1, v_2, \ldots, v_n$ vetores não nulos que geram um espaço vetorial V. Então, dentre estes vetores, podemos extrair uma base de V.
4. Teorema 2. Seja V um espaço vetorial gerado por um conjunto finito de vetores $v_1, v_2, \ldots, v_n$. Então, qualquer conjunto com mais de n vetores de V é linearmente dependente.
5. Teorema 3. Sejam $\alpha = \{v_1, v_2, \ldots, v_r\}$ e $\beta = \{w_1, w_2, \ldots, w_s\}$ duas bases de um espaço vetorial V. Então, $r = s$.
6. Teorema 4. Qualquer subconjunto linearmente independente de um espaço vetorial V de dimensão finita pode ser completado de modo a formar uma base de V.
7. Teorema 5. Seja V um espaço vetorial de dimensão finita. Se W é um subespaço de V, então W tem também dimensão finita e $\dim W \leq \dim V$. Além disso, se dim W = dim V, então W=V.
8. Exercício 1: O conjunto formado por todos os polinômios de grau 2017 é um espaço vetorial sob as operações usuais?
9. Exercício 2: Encontre o valor de $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 8 & -1 & 0 & -7 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 6 & 4 \end{vmatrix}$. Resposta: 12
10. Exercício 3: Para quais valores de t a matriz $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & t \\ 1 & 4 & t^2 \end{pmatrix}$ é inversível? Resposta: $t \neq 2$ e $t \neq 1$.
11. Exercício 4: Escreva $(0,-26,-9)$ como combinação linear de $(5,3,7)$ e $(2,-4,1)$. Mostre que $(1,3,5)$ não pode ser escrito como combinação linear desses dois vetores. Resposta: Basta tomar os escalares -2 e 5.
12. Exercício 5: Classifique cada conjunto abaixo em L.D ou L.I. Justifique.
    (a) $\{(1,2,0,-1,5),(0,0,0,0,0),(15,6,2,-17,0)\}$
    (b) $\{(5,7)\}$
    (c) $\{(3,1,4),(-2,2,5),(3,0,4),(2,-1,-2)\}$
    (d) $\{(1,0,0,0),(1,1,0,0),(1,1,1,0),(1,1,1,1)\}$
    (e) $\{(1,2,3),(3,2,1),(2,1,3)\}$

    Respostas: L.D, L.I, L.D, L.I, L.I

13. Exercício 6: Para que valores de a os vetores $(1,5,-2)$, $(0,6,a)$ and $(3,13,-3)$ são L.I?

    Resposta: Para valores de a diferentes de -9.

14. Exercício 7: Mostre que o conjunto $\{(x,-3x); x \in R\}$ é um subespaço de R^2.
15. Exercício 8: Mostre que $W = \{(x,y,z) \in R^3; 3x = 2y\}$ é um subespaço de R^3.
16. Exercício 9: Verifique se o conjunto $\{(k,m,n) \in R^3; k^2 = n^2\}$ é um subespaço de R^3.
17. Exercício 10: Se $\{u,v\}$ é uma base para o subespaço U, mostre que $\{u+2v,-3v\}$ é também uma base para U.
18. Exercício 11: Encontre uma base para o subespaço $U = \{(x,y,z,t) \in R^4; 3x + y - 7t = 0\}$ e a dimensão de U.
19. Exercício 12: Encontre uma base para o subespaço $T = [(1,0,1),(1,2,0),(0,2,-1)]$ do R^3.
20. Exercício 13: Sejam V um espaço vetorial de dimensão finita, U e W subespaços de V. Prove que

$$\dim U + \dim W = \dim(U \cap W) + \dim(U + W).$$

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

9º Sábado – Primeira Prova Parcial - 06/05/2017

1. Conteúdo: Aula 1 até Aula 8

ALUNOS QUE FARÃO A PROVA NO PRIMEIRO HORÁRIO:

TURMA DA NOITE: **ADEMIR MARTINS ATÉ JAHNARA VERAS**

TURMA DA TARDE: **ADRIANO CUNHA ATÉ KAMILLA CATÃO**

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

10º Sábado – Correção da AP1 - 13/05/2017

1. Correção da AP1

Gabaritos disponíveis no site:

www.matematicamonteiro.com

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

11º Sábado – Transformações Lineares - 20/05/2017

1. O que são Transformações Lineares?
2. Exemplo 1: $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ \ T(x,y)=x+y$
3. Exemplo 2: $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ \ T(x,y,z)=(x-y,y-z)$
4. Exemplo 3: $T:\mathbb{R} \to \mathbb{R},\ \ T(x)=2017x$
5. Exemplo 4: $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ \ T(x,y)=(0,0,0)$
6. Proposição 1: Se $T:V \to W$ é uma transformação linear então $T(0_V)=0_W$.
7. Exercício 1: Determine $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T(1,1)=(0,2,1)\ \ e\ \ T(0,2)=(1,0,1)$.

   Resposta: $T(x,y)=\left(\frac{y-x}{2},2x,\frac{x+y}{2}\right)$.
8. O Núcleo de Uma Transformação Linear
9. Exemplo 5: Encontrar o núcleo de T no exemplo 2.
10. Proposição 2: Se $T:V \to W$ é uma transformação linear então $KerT$ é um subespaço de V.
11. Proposição 3: Seja $T:V \to W$ uma transformação linear. Então T é injetiva se, e somente se $KerT=\{0\}$.
12. A Imagem de Uma Transformação Linear
13. Exemplo 6: Encontrar a imagem de T no exemplo 2.
14. Proposição 4: Seja $T:V \to W$ uma transformação linear. Se $\{v_1,v_2,\dots,v_n\}$ é um conjunto de geradores de V, então $\{T(v_1),T(v_2),\dots,T(v_n)\}$ é um conjunto de geradores de $\operatorname{Im}T$. Em particular, $\dim \operatorname{Im}T \le \dim V$.
15. Exemplo 7: No exercício 1, $\operatorname{Im}T=G((1,1),(0,2))$.
16. Teorema do Núcleo e da Imagem
17. Exercício 2: Seja $T:V \to W$ uma transformação linear entre espaços vetoriais de dimensão finita. Se $\dim V=\dim W$, então as seguintes afirmações são equivalentes:

i) T é injetiva

ii) T é sobrejetiva

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

12º Sábado – Isomorfismo, Operações com Transformações Lineares e Matriz de Uma Transformação Linear - 27/05/2017

1. Isomorfismo
2. Exercício 1: Mostre que $\mathbb{R}^4$ e $M_{2x2}(\mathbb{R})$ são espaços vetoriais isomorfos.
3. Proposição 1. Se V e W são espaços vetoriais de mesma dimensão n. Então V e W são isomorfos.
4. Operações com Transformações Lineares
   4.1 Soma
   4.2 Multiplicação por Escalar
   4.3 Composição
5. Exercício 2: Sejam $T:V \to W$, $S:V \to W$ e $F:W \to U$ transformações lineares e $k \in \mathbb{R}$. Mostre que $S+T:V \to W$, $KT:V \to W$ e $F \circ T:V \to U$ também são lineares.
6. Matriz de Uma Transformação Linear
7. Exemplo 1: Sejam $\alpha = \{(1,1),(0,2)\}$ e $\beta = \{(1,0,1),(0,1,0),(1,2,0)\}$, bases de $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$, respectivamente. Calcule $[T]_\beta^\alpha$ onde $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ é dada por $T(x,y) = (2x, x-y, 2y)$.

   Resposta: $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 6 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$.
8. Exemplo 2: Sejam α e β as bases dadas no exemplo anterior. Determine a transformação linear $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $[T]_\beta^\alpha = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 6 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$.

   Resposta: $T(x,y) = (2x, x-y, 2y)$.
9. **Prova de 2ª Chamada – AP1**

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

13º Sábado – Exercícios Extras, Autovalores e Autovetores - 03/06/2017

1. Exercício 1: Seja $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ uma transformação linear para a qual sabemos que $T(1,1)=(2,-3)$ e $T(0,1)=(1,2)$. Determine $T(a,b)$.

Resposta: $(a+b,-5a+2b)$.

2. Exercício 2: Determine a transformação $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T(1,1)=(3,2,1)$ e $T(0,-2)=(0,1,0)$. Encontre $T(1,0)$.

Resposta: $(3,5/2,1)$.

3. Exercício 3: A transformação $D:C^1[a,b]\to C^0[a,b]$ definida por $D(f)=f'$ é injetiva?

Resposta: Não, pois o núcleo é o conjunto das funções constantes.

4. Exercício 4: Seja $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma transformação linear dada por $T(x,y,z)=(z,x-y,-z)$.
   a) Encontre uma base para o núcleo de T.
   b) Encontre uma base para a imagem de T.

Resposta: $a)\{(1,1,0)\}$ e $b)\{(0,1,0),(1,0,-1)\}$

5. Exercício 5: Seja $D:\mathrm{P}_1 \to \mathrm{P}_1$ definida por $D(p)=p'$. Seja $C=\{1+t,1-t\}$. Encontre $[D]_C^C$.

Resposta: $\begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 1/2 & -1/2 \end{pmatrix}$

6. Exercício 6: Seja $T:\mathrm{P}_2 \to \mathrm{P}_2$ a transformação linear dada por $T(p)=tp'+p''$. Encontre a matriz A que representa T com relação a $B=\{1,t,t^2\}$.

Resposta: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

7. Exercício 7: Verifique se $T(x,y,z)=(x-y,x-z,z-y)$ é um automorfismo de $\mathbb{R}^3$.

Resposta: Não, pois $KerT \neq \{0\}$.

8. Autovalores
9. Autovetores
10. Polinômio Característico
11. Exercício 8: Seja $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ o operador linear dado por $T(x,y)=(4x-y,2x+y)$. Encontre os autovalores e autovetores de T.
12. Exercício 9: Seja $T:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ o operador linear dado por $T(x,y)=(-y,x)$. Encontre os autovalores e autovetores de T.
13. Exercício 10: Os autovalores de um operador linear $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ são $\lambda_1=1$, $\lambda_2=2$ e $\lambda_3=-1$, sendo $v_1=(1,1,1)$, $v_2=(0,1,1)$ e $v_3=(-1,1,0)$ os respectivos autovetores associados. Determine $T(x,y,z)$.

Resposta: $T(x,y,z)=(x+2y-2z,-x-2y+4z,-x-y+3z)$.

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

14º Sábado – 2ª Prova Parcial - 10/06/2017

1. Conteúdo: Aulas 7,8, 11 e 12.

Gabaritos disponíveis no site: www.matematicamonteiro.com

ALUNOS QUE FARÃO A PROVA NO PRIMEIRO HORÁRIO:

TURMA DA NOITE: **JOÃO PAULO ATÉ VICTOR HUGO**

TURMA DA TARDE: **LEANDRO DE SOUZA ATÉ YURI GAGARIN**

ALUNOS REPROVADOS POR FALTA ATÉ O DIA 11/06/2017:

1. **TURMA DA NOITE:**
   1.1 CESAR AUGUSTO
   1.2 JAHNARA VERAS
   1.3 MAGNO RODRIGUES
   1.4 MATHEUS LEAL
   1.5 SUNAMITA DE SOUZA
   1.6 VICTOR HUGO

2. **TURMA DA TARDE:**
   2.1 ALICY GABRIELLE
   2.2 ANDERSON XAVIER
   2.3 BONIFACIO LEITE
   2.4 CAIO CEASEAR
   2.5 ELCIO GONÇALVES
   2.6 ISABELE KATHELLEN
   2.7 LEONOR RAMOS
   2.8 MATHEUS BASTOS
   2.9 NATANAEL FERREIRA
   2.10 PAULA BEATRIZ
   2.11 PAULO AFONSO
   2.12 SILVIA LIMA
   2.13 TASSIA CAROLINA
   2.14 THIAGO HENRIQUE
   2.15 VANESSA MOTA
   2.16 WILLIANS VENÂNCIO
   2.17 YURI GAGARIN

Álgebra Linear

Professor Alessandro Monteiro

15º Sábado – Prova Final - 24/06/2017

1. Horário: 14 h para todos.
2. Conteúdo: Aulas 11, 12 e 13.
3. Gabaritos disponíveis no site: www.matematicamonteiro.com

OBSERVAÇÃO: SOMENTE PARA OS ALUNOS QUE NÃO ESTIVEREM REPROVADOS POR FALTA E CUJAS NOTAS SATIZFAÇAM A DESIGUALDADE ABAIXO:

$$nota(AP1) + nota(AP2) \geq 8.$$