UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS – UEA
ESCOLA NORMAL SUPERIOR - ENS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - DM

Disciplina: Álgebra Linear	**Valor Total: 10,0**
Prof.: Alessandro Monteiro	
Aluno(a): GABARITO	
2ª Prova Parcial – PROVA B	**Data: 10 de Junho de 2017**
Curso: Licenciatura em Matemática	**Período: 2017/1**

Critérios de Avaliação:

- Não é permitido **fazer perguntas** a respeito da resolução da prova ao professor.
- O Aluno só poderá entregar a prova **60 minutos** após o início da mesma.
- Essa avaliação é **individual** e sem consulta.
- Somente o verso desta folha **poderá** ser usado como **rascunho**.
- Todas as respostas devem ser colocadas **à caneta** na coluna 2 ao lado das perguntas.
- É proibido o uso de aparelhos **celulares ou similares**.
- Todo material do aluno é de uso **individual**, sendo proibido qualquer tipo de empréstimo.

QUESTÕES	RESPOSTAS
01. (vale 1,0 + 1,5 = 2,5 pontos) Defina conjunto linearmente independente. **Classifique** os conjuntos abaixo em **L.D ou L.I. Justifique.** **a)** $\{(1,2,3,4),(4,3,2,1),(2,4,1,3),(0,0,0,0)\}$ **b)** $\{(0,0,7)\}$ **c)** $\{(3,1,4),(-2,2,0),(3,0,4),(4,3,8)\}$. Rascunho	**Definição:** Seja V um espaço vetorial. Diz-se que um conjunto $X \subset V$ é linearmente independente (L.I) quando nenhum elemento $v \in X$ é combinação linear de outros elementos de X. **a) (L.D)** **Justificativa:** Pois o vetor nulo, que é combinação linear de qualquer vetor, faz parte do conjunto. **b) (L.I)** **Justificativa:** É um conjunto unitário formado por um vetor não nulo. **c) (L.D)** **Justificativa:** O último vetor é igual a soma dos outros.
02. (vale 1,0 + 1,5 = 2,5 pontos) Enuncie o Teorema do Núcleo e da Imagem. Seja $T:V \to \mathbb{R}^{2017}$ uma transformação linear. Se T é injetiva e $\dim \operatorname{Im} T = 1987$, **qual a dimensão** de V? **Justifique.** Rascunho	**Teorema:** Seja V um espaço de dimensão finita e $T:V \to W$ uma transformação linear. Então a dimensão do núcleo de T mais a dimensão da imagem de T é igual a dimensão de V. $$\dim KerT + \dim \operatorname{Im} T = \dim V.$$ **dim V =** 1987 **Justificativa:** $$T \quad é \quad injetiva \Rightarrow \dim KerT = 0$$ $$\Rightarrow \dim V = 0 + 1987$$

03. (vale 1,0 + 1,0 + 1,0 + 0,5 = 3,5 pontos) Seja a transformação linear $T:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, dada por $T(x,y,z)=(x-y,x-z,z-y)$. **Encontre** $KerT$, $\operatorname{Im}T$, uma base para $\operatorname{Im}T$ e verifique se T é um isomorfismo. **Justifique.**

Rascunho

KerT = $\{x(1,1,1)\in\mathbb{R}^3; x\in\mathbb{R}\}$

Justificativa: Basta notar que

$$T(x,y,z)=(0,0,0)\Rightarrow x=y=z.$$

ImT = $\{(x-y,x-z,z-y)\in\mathbb{R}^3; x,y,z\in\mathbb{R}\}$

Justificativa: Pois, por definição temos que

$$\operatorname{Im}T=\{T(v)\in\mathbb{R}^3; v\in\mathbb{R}^3\}.$$

Base para ImT = {(-1,0,-1), (0,-1,1)}.

Justificativa: Note que

$(x-y,x-z,z-y)=$
$x(1,1,0)+y(-1,0,-1)+z(0,-1,1)$

onde $(1,1,0)=(-1)(-1,0,-1)+(-1)(0,-1,1)$.

T é um Isomorfismo? Não

Justificativa: Pois T não é sobrejetiva, uma vez que $\dim\operatorname{Im}T=2$.

04. (vale 1,5 pontos) Seja $T:P_2(\mathbb{R})\to\mathbb{R}$ uma transformação linear definida por $T(p)=\int_{-1}^{1}p(t)\,dt$. Determine $[T]_\beta^\alpha$ onde $\alpha=\{1,1+t,1+t+t^2\}$ e $\beta=\{2\}$. **Justifique.**

Rascunho

Matriz de T = $[T]_\beta^\alpha=\begin{bmatrix}1 & 1 & 4/3\end{bmatrix}$.

Justificativa:

A dimensão de $[T]_\beta^\alpha$ é 1x3, pois $\dim\mathbb{R}$ = 1 e dim $P_2(\mathbb{R})$ = 3. E também temos que:

i) $T(1)=\int_{-1}^{1}1\,dt=2=1\cdot 2$

ii) $T(1+t)=\int_{-1}^{1}(1+t)\,dt=2=1\cdot 2$

iii) $T(1+t+t^2)=\int_{-1}^{1}(1+t+t^2)\,dt=\frac{8}{3}=\frac{4}{3}\cdot 2$