Universidade do Estado do Amazonas

Geometria II - ESN0440 – MV22

Professor Alessandro Monteiro

AP1

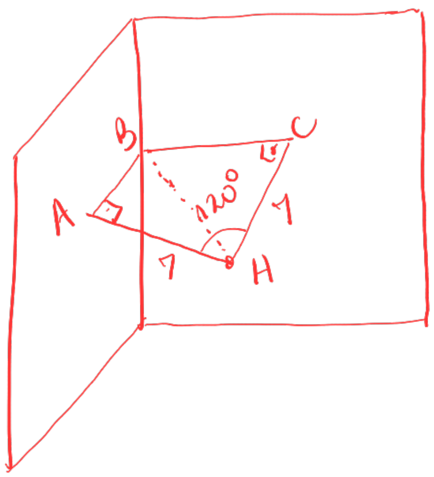
Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem cinco problemas valendo um total de dez pontos. Você não pode usar livros, anotações, folhas de rascunho, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. Use os espaços abaixo das questões para pequenos rascunhos. **Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.**

Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 28 de junho de 2023

I. Questões	II. Respostas à **Caneta**
01 (vale 0,4 ponto cada item). Analise cada sentenças abaixo e classifique em V, se for verdadeira, e F se for falsa: **I.** Se duas retas são concorrentes então elas determinam um único plano que as contém. **II.** Se uma reta não está contida num plano e é paralela a uma reta do plano, então ela é paralela ao plano. **III.** Se um plano contém duas retas concorrentes, ambas paralelas a um outro plano, então esses planos são paralelos. **IV.** Duas retas reversas e uma concorrente com as duas determinam dois planos distintos. **V.** Se dois planos são perpendiculares, então toda reta perpendicular a um deles é paralela ao outro ou está contida neste outro.	**Respostas:** **I.** (√) **II.** (√) **III.** (√) **IV.** (√) **V.** (√)
02 (vale 2,0 pontos). A distância de um ponto H, interior a um diedro, às suas faces é de 7 cm. Encontre a distância do ponto H à aresta do diedro se o ângulo formado pelas perpendiculares às faces é de 120º.	**Resposta:** 14 cm **Justificativa:**  Como ⊙ $\Delta ABH \cong \Delta CBH$ (CATETO, HIPOTENUSA) ⊙ $\widehat{AHB} \cong \widehat{CHB} = 60°$ então $\overline{HB} = \frac{7}{\cos 60°} = \frac{7}{\frac{1}{2}} = \boxed{14\text{ cm}}$

03 (vale 2,0 pontos). Prove que se uma reta e um ponto são tais que o ponto não pertence à reta, então eles determinam um único plano que os contém.

Demonstração:

Seja r uma reta e P um ponto tal que $P \notin r$. Pelo postulado da existência, podemos tomar $A, B \in r$ com $A \neq B$. Assim, pelo postulado da determinação, os pontos não colineares A, B e P determinam um único plano α passando por eles. Mas, pelo postulado da inclusão temos também que $r \in \alpha$, uma vez que $A, B \in \alpha$. Logo, existe um plano que contém P e r. Por outro lado, se $\beta = (P, r)$ então $\beta = (P, A, B)$. Isto é, $\beta = \alpha$. Portanto, existe um único plano α determinado por P e r que os contém.

04 (vale 2,0 pontos). Um poliedro convexo de 10 vértices apresenta faces triangulares e quadrangulares. O número de faces quadrangulares, o número de faces triangulares e o número total de faces formam, nesta ordem, uma progressão aritmética. Encontre o número de arestas.

Resposta: A = 20.

Justificativa: Temos:

(i) $V = 10 \overset{R.E}{\Rightarrow} F = A - 8$

(ii) $F = F_T + F_Q$

(iii) $3F_T + 4F_Q = 2A \Rightarrow 3(A-8) + F_Q = 2A$

$\Rightarrow F_Q = 24 - A$

(iv) $\underbrace{(F_Q, F_T, F_T + F_Q)}_{\text{P.A de razão } F_Q} \Rightarrow \underbrace{(24-A, 48-2A, A-8)}_{\text{P.A}}$

Logo,

$48 - 2A = 8 \Rightarrow A = 20.$

05 (vale 2,0 pontos). Determine o intervalo de variação de x, sabendo que as faces de um triedro medem $f_1 = x$, $f_2 = 2x\text{-}60^\circ$, $f_3 = 30^\circ$.	**Resposta:** $30^\circ < x < 90^\circ$ **Justificativa:** Temos: i) $0^\circ < x < 180^\circ$; ii) $x + 2x - 60^\circ + 30^\circ < 360^\circ \Rightarrow x < 130^\circ$; iii) $0^\circ < 2x - 60^\circ < 180^\circ \Rightarrow 30^\circ < x < 120^\circ$; iv) $\underbrace{\lvert 2x - 60^\circ - 30^\circ \rvert < x}_{x<90^\circ;\ x>30^\circ} < \underbrace{x < 2x - 60^\circ + 30^\circ}_{x>30^\circ}$ $\therefore\ 30^\circ < x < 90^\circ$.