
Universidade do Estado do Amazonas

Matemática Elementar I – ESN0130

Professor Alessandro Monteiro

PF – Prova Final

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem cinco problemas valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: _____

Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 24 de Agosto de 2023

I. Questões

II. Respostas à Caneta

01 (vale 2,0 pontos) Na imagem abaixo temos o movimento único de um pelicano marrom, conhecido por ser um pássaro mergulhador que é capaz de mergulhar de cabeça nas ondas do oceano para pegar pequenos peixes.



A seguinte lei de função modular foi usada para modelar esse feito incrível:

$$y = 10|x - 1| - 2$$

Sendo y a distância em metros, x o tempo em segundos e sabendo que o pelicano marrom iniciou sua descida em $x = 0$ para pegar peixes. Então:

- a) A que profundidade além da superfície do oceano (eixo x) o pelicano marrom mergulhou para pegar peixes?
- b) De que altura o pelicano iniciou seu mergulho para pescar?
- c) Quantos segundos o pelicano ficou debaixo d'água?

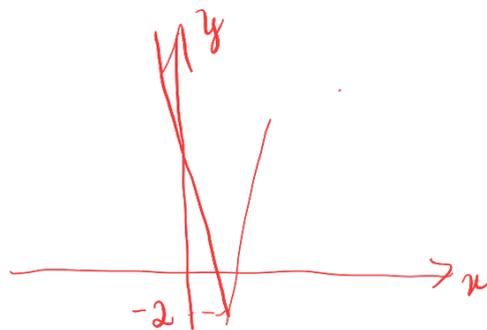
Justifique!

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!

a) Resposta: 2 m.

Justificativa:

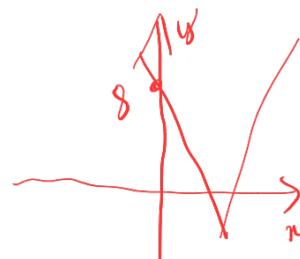
$$\text{Vértice: } (1, -2) \Rightarrow \text{prof.} = 2 \text{ m.}$$



b) Resposta: 8 m

Justificativa:

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow y = 10|-1| - 2 \\ &= 10 - 2 \\ &= 8. \end{aligned}$$



c) Resposta: 0,4 s

Justificativa:

$$10|x - 1| - 2 = 0 \Rightarrow |x - 1| = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 6/5 \text{ ou} \\ x = 4/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{tempo} = \frac{6}{5} - \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$$

02 (vale 2,0 pontos). A tabela abaixo mostra o número total de visitantes de um site t dias depois dele estar on-line.

t	visitas
42	11.000
43	12.100
44	13.310
45	14.641

a) Encontre uma função exponencial que se ajusta aos dados. (Use que $1,1^{42} \cong 55$)

b) Quantas pessoas terão visitado o site 47 dias depois dele estar on-line.? (Use que $1,1^{47} \cong 88$)

Justifique!



a) Resposta: $n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, n(t) = 200 \cdot (1,1)^t$

Justificativa:

$$n(t) = a \cdot b^t \Rightarrow \begin{cases} a \cdot b^{42} = 11000 \\ a \cdot b^{43} = 12100 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = \frac{12100}{11000} = \frac{11}{10} = 1,1$$

$$\Rightarrow a = \frac{11000}{(1,1)^{42}} = \frac{11000}{55} = 200$$

$$\therefore n(t) = 200 \cdot (1,1)^t$$

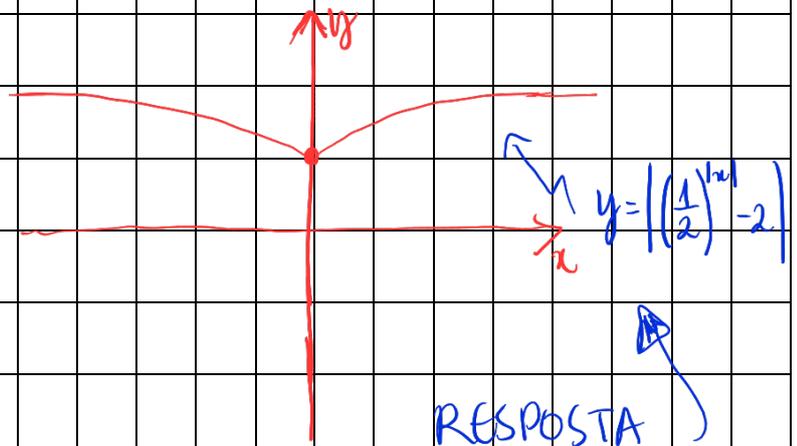
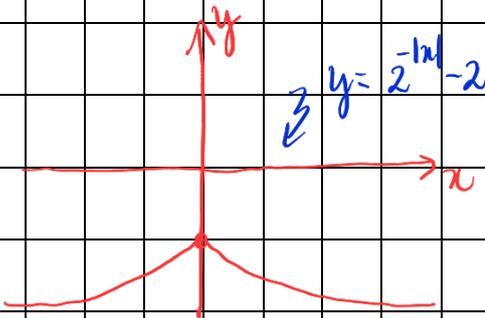
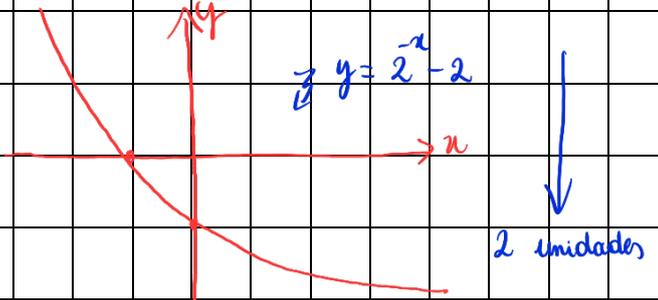
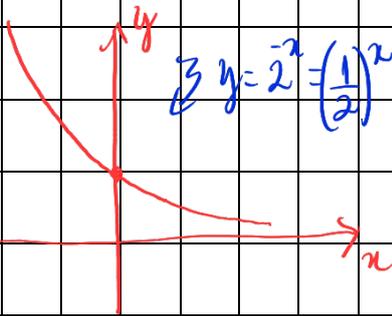
b) Resposta: 17.600

Justificativa:

$$\begin{aligned} n(47) &= 200 \cdot (1,1)^{47} \\ &= 200 \cdot 88 \\ &= 17.600 \end{aligned}$$

03 (vale 2,0 pontos). Esboce o gráfico da função $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, definida por

$$f(x) = \left| \left(\frac{1}{2} \right)^{|x|} - 2 \right|.$$



04 (vale 2,0 pontos)

a) Defina Função Logarítmica.

a) Definição:

Seja $a \in \mathbf{R}$, onde $0 < a \neq 1$. A função $f: \mathbf{R}_+^* \rightarrow \mathbf{R}$ que associa a cada x o número $\log_a x$ é chamada de função logarítmica.

Ex: $f: \mathbf{R}_+^* \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \log_2 x$.

b) Seja f a função definida por $f(x) = \log_{x+1}(x^2 - 2x - 8)$. Determine o domínio de f .

c) (Extra) Encontre o conjunto solução da inequação $4^{3x-1} > 3^{4x}$.

b) Resposta: $D(f) = \{x \in \mathbb{R}; x > 4\}$.

Justificativa:

Como

$$(i) x^2 - 2x - 8 > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ ou } x > 4, \text{ e}$$



$$(ii) 0 < x+1 \neq 1 \Rightarrow -1 < x \neq 0,$$

então

$$x > 4.$$

logo,

$$D(f) = \{x \in \mathbb{R}; x > 4\}.$$

c) Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R}; x < \log_{8/9} 2\}$.

Justificativa: Temos:

$$4^{3x-1} > 3^{4x} \Rightarrow \log 4^{3x-1} > \log 3^{4x}$$

$$\Rightarrow (3x-1) \log 4 > 4x \log 3$$

$$\Rightarrow x(3 \log 4 - 4 \log 3) > \log 4$$

$$\Rightarrow x \log \frac{4^3}{3^4} > \log 4.$$

Como $\log \frac{64}{81} < 0$ então

$$x < \frac{\log 4}{\log \frac{64}{81}} = \frac{x \cdot \log 2}{2 \cdot \log \frac{8}{9}} = \log_{8/9} 2.$$

05 (vale 2,0 pontos)

Suponha que uma bola seja lançada diretamente para cima de modo que sua altura $f(x)$ (em metros) seja dada pela equação:

$$f(x) = -16x^2 + 64x + 96$$

onde x é o tempo (em segundos).

a) Encontre o quociente entre $[f(1+h) - f(1)]$ e h , $h > 0$.

b) O que representa o quociente encontrado no item a)?

Justifique.

a) Resposta: $-16h + 32$

Justificativa: Como

$$f(1+h) - f(1) = [-16(1+h)^2 + 64(1+h) + 96] - (-16 + 64 + 96)$$

$$= -16h^2 + 32h$$

então

$$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = -16h + 32$$

b) Resposta:

Representa o quociente entre a variação de altura e a variação de tempo de $x=1$ para $x=1+h$. Isto é, a velocidade média de $x=1$ para $x=1+h$.