
Universidade do Estado do Amazonas

Problemas de Matemática – ESN0828 – 2023/2 - Vespertino

Professor Alessandro Monteiro

AP1

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem quatro problemas valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: _____

Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	

Manaus, 15 de Dezembro de 2023

I. Questões

II. Respostas à Caneta

01 (Vale 2,0 pontos)

a) Enuncie e Demonstre o Teorema das Raízes Racionais.

Utilize os espaços abaixo das questões apenas para rascunhos!

a) Teorema:

Demonstração:

b) Use o item anterior para mostrar que $\sqrt[7]{7} \notin \mathbb{Q}$. (Use que $7^7 = 823543$)

Utilize os espaços abaixo das questões apenas para rascunhos!

b) Demonstração:

Seja $x = \sqrt[7]{7}$. Então $x^7 - 7 = 0$. Logo, pelo T.R.R., temos que as possíveis raízes racionais de $P(x) = x^7 - 7$ são $1, -1, 7$ e -7 . Como $P(1) = -6, P(-1) = -8, P(7) = 823543 - 7 = 823536$ e $P(-7) = -823550$ então $P(x)$ não possui raízes racionais. Portanto, $\sqrt[7]{7} = x \notin \mathbb{Q}$.

02. (Vale 1,0 ponto) Dada a matriz A:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2x & 0 & 0 \\ x^2 & 1 & x-1 & 2 \\ 1 & x+4 & 0 & 0 \\ x & -1 & 1 & x-2 \end{pmatrix}.$$

Encontre a soma dos módulos dos valores de x que tornam o determinante da matriz nulo.

Utilize os espaços abaixo das questões apenas para rascunhos!

Resposta: 7

Justificativa:

$$\text{Cálculo} \Rightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1-2x^3 & x-1 & 2 \\ 4-x & 0 & 0 \\ -2x^2 & 1 & x-2 \end{vmatrix}$$

⋮

$$\Rightarrow x_1=0, x_2=3 \text{ ou } x_3=4.$$

$$\Rightarrow |x_1| + |x_2| + |x_3| = 7.$$

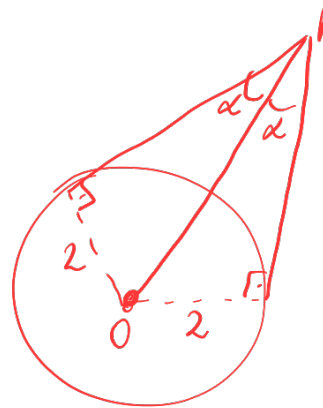
03. (Vale 1,0 ponto) Seja γ a circunferência de equação $x^2 + y^2 = 4$. Se r e s são duas retas que se interceptam no ponto $P = (1,3)$ e são tangentes a γ , então qual o cosseno do ângulo entre as retas r e s ?

Utilize os espaços abaixo das questões apenas para rascunhos!

Resposta: $\frac{1}{5}$.

Justificativa:

$$\begin{aligned}d_{OP} = \sqrt{10} &\Rightarrow \operatorname{sen} \alpha = \frac{2}{\sqrt{10}} \\ &\Rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2 \cdot \frac{4}{10} \\ &= \frac{2}{10} \\ &= \frac{1}{5}.\end{aligned}$$



04. (Vale 1,0 ponto) Encontre o valor de

$$\lim_{z \rightarrow 3i} \frac{z^2 + (1-3i) \cdot z - 3i}{z^2 + 3 - 2iz}$$

onde z é um número complexo e i é a unidade imaginária.

Utilize os espaços abaixo das questões apenas para rascunhos!

Resposta: $\frac{3-i}{4}$

Justificativa:

$$= \lim_{z \rightarrow 3i} \frac{2z + (1-3i)}{2z - 2i}$$

$$= \frac{3i + 1}{4i} = \frac{i - 3}{-4} = \frac{3-i}{4}$$