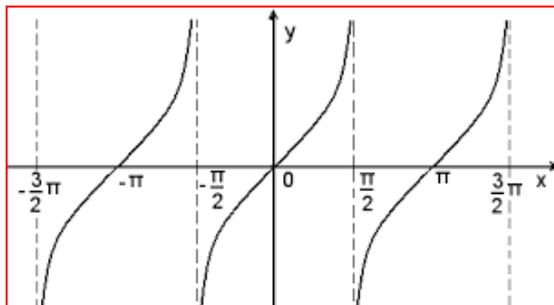




Disciplina: Matemática Elementar 2		Valor Total: 10,0
Prof.: Alessandro Monteiro		
Aluno(a): GABARITO 01 – TANGENTE		
1ª Prova Parcial		Data: 20 de Outubro de 2017
Curso: Licenciatura em Matemática		Período: 2017/2
Crterios de Avaliao: <ul style="list-style-type: none"> • Noo e permitido fazer perguntas a respeito da resoluo da prova ao professor. • O Aluno s poder entregar a prova 60 minutos aps o inio da mesma. • Essa avaliao e individual e sem consulta. • Somente os espaos que sobram abaixo de cada questo e o verso desta folha podero ser usados como rascunhos. • Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna 2 ao lado das perguntas. • E proibido o uso de aparelhos celulares ou similares. • Todo material do aluno e de uso individual, sendo proibido qualquer tipo de emprstimo. 		
QUESTOES		RESPOSTAS À CANETA
<p>01. (vale 0,5 ponto cada item) Sobre a função tangente: qual o domnio? qual a imagem? qual o perodo? qual a paridade? ela e bijetiva? Esboce seu gráfico. Reduza ao primeiro quadrante tg 2017°. Justifique. (Use o espao abaixo somente para rascunhos. A resposta, clara e sucinta, deve ser colocada na coluna ao lado)</p> <p>Obs.: Use as definies das funes seno e cosseno.</p>		<p>i) Domnio = $\left\{ x \in \mathbb{R}; x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$</p> <p>ii) Imagem = \mathbb{R}</p> <p>iii) Perodo = π Justificativa: $tg(x+k\pi) = \frac{\text{sen}(x+k\pi)}{\text{cos}(x+k\pi)} = \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x} = tgx, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>iv) Paridade: (<input type="checkbox"/>) ímpar (<input type="checkbox"/>) par Justificativa: $tg(-x) = \frac{\text{sen}(-x)}{\text{cos}(-x)} = \frac{-\text{sen}x}{\text{cos}x} = -tgx, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>v) E bijetiva: (<input type="checkbox"/>) sim (<input type="checkbox"/>) noo Justificativa: Ela no e injetiva, pois $tg(\pi) = tg(2\pi) = 0$ mas, $\pi \neq 2\pi$.</p> <p>vi) tg 2017° = tg37° Justificativa: $tg2017^\circ = tg(37^\circ + 11 \cdot 180^\circ)$</p>



vii) Gráfico:



02. (vale 2,5 pontos) Sendo $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$, calcular o valor de $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{2023}$.

Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A solução **clara e sucinta** deve ser colocada na coluna ao lado.

Prova: Como

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} \right)$$

então

$$z^{2024} = \cos(506\pi) + i \cdot \text{sen}(506\pi) = 1.$$

Logo

$$1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{2023} = \frac{z^{2024} - 1}{z - 1} = \frac{1 - 1}{\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} - 1} = 0.$$

03. (vale 2,0 pontos) Prove que

$$\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2}.$$

Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A demonstração **clara e sucinta** deve ser colocada na coluna ao lado.

Prova: Sendo

$$L = \cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \cos \frac{\pi}{7} - \cos \left(\pi - \frac{5\pi}{7} \right) + \cos \frac{3\pi}{7} = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7}$$

então

$$\begin{aligned} 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot L &= \text{sen} \frac{2\pi}{7} + 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{3\pi}{7} + 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} \\ &= \text{sen} \frac{2\pi}{7} + \text{sen} \frac{4\pi}{7} + \text{sen} \frac{-2\pi}{7} + \text{sen} \frac{6\pi}{7} + \text{sen} \frac{-4\pi}{7} \\ &= \text{sen} \frac{6\pi}{7} \\ &= \text{sen} \left(\pi - \frac{\pi}{7} \right) \\ &= \text{sen} \frac{\pi}{7}. \end{aligned}$$

Portanto, $L = \frac{\text{sen} \frac{\pi}{7}}{2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{2}.$



04. (vale 2,0 pontos) Seja $z \in \mathbb{C}$ uma raiz da função polinomial

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

de coeficientes a_0, \dots, a_n reais.

a) Prove que \bar{z} também é uma raiz de f ;

b) Se $f(1-i) = 2017 + 2018 \cdot i$, então qual o valor de $f(1+i)$? **Justifique.**

Somente para quem não defendeu questões na lousa!

a) Prova:

a)

Se

$$f(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 = 0$$

então

$$\begin{aligned} f(\bar{z}) &= a_n (\bar{z})^n + a_{n-1} (\bar{z})^{n-1} + \dots + a_1 (\bar{z}) + a_0 \\ &= a_n (\overline{z^n}) + a_{n-1} (\overline{z^{n-1}}) + \dots + a_1 (\bar{z}) + a_0 \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \\ &= \overline{f(z)} \\ &= \bar{0} \\ &= 0. \end{aligned}$$

b)

$$f(1+i) = 2017 - 2018 \cdot i$$

Justificativa:

Seja $z \in \mathbb{C}$. Na demonstração acima percebemos que é válida a identidade

$$f(\bar{z}) = \overline{f(z)}.$$

Assim, fazendo-se

$$z = 1 - i$$

temos

$$\begin{aligned} f(1+i) &= \overline{2017 + 2018 \cdot i} \\ &= 2017 - 2018 \cdot i. \end{aligned}$$



Disciplina: Matemática Elementar 2	Valor Total: 10,0
Prof.: Alessandro Monteiro	
Aluno(a): GABARITO 02 – COTANGENTE	
1ª Prova Parcial	Data: 20 de Outubro de 2017
Curso: Licenciatura em Matemática	Período: 2017/2

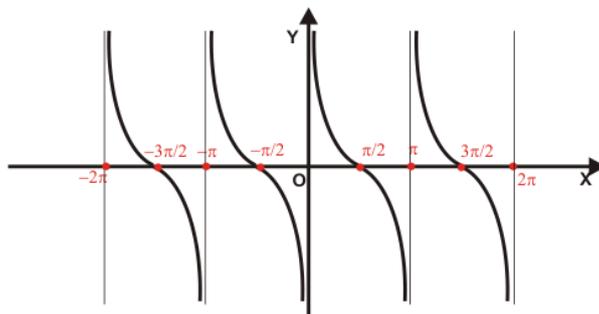
Crítérios de Avaliação:

- Não é permitido **fazer perguntas** a respeito da resolução da prova ao professor.
- O Aluno só poderá entregar a prova **60 minutos** após o início da mesma.
- Essa avaliação é **individual** e sem consulta.
- **Somente os espaços que sobram abaixo de cada questão e o verso desta folha poderão ser usados como rascunhos.**
- Todas as respostas devem ser colocadas **à caneta** na coluna 2 ao lado das perguntas.
- É proibido o uso de aparelhos **celulares ou similares**.
- Todo material do aluno é de uso **individual**, sendo proibido qualquer tipo de empréstimo.

QUESTÕES	RESPOSTAS À CANETA
<p>01. (vale 0,5 ponto cada item) Sobre a função cotangente: qual o domínio? qual a imagem? qual o período? qual a paridade? ela é bijetiva? Esboce seu gráfico. Reduza ao primeiro quadrante $\cotg 2017^\circ$. Justifique. (Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A resposta, clara e sucinta, deve ser colocada na coluna ao lado)</p> <p>Obs.: Se precisar, use as definições das funções seno e cosseno.</p>	<p>i) Domínio = $\{x \in \mathbb{R}; x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$</p> <p>ii) Imagem = \mathbb{R}</p> <p>iii) Período = π Justificativa: $\cot g(x+k\pi) = \frac{\cos(x+k\pi)}{\text{sen}(x+k\pi)} = \frac{\cos x}{\text{sen}x} = \cot gx, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>iv) Paridade: (x) ímpar () par Justificativa: $\cot g(-x) = \frac{\cos(-x)}{\text{sen}(-x)} = \frac{\cos x}{-\text{sen}x} = -\cot gx, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>v) É bijetiva: () sim (x) não Justificativa: Ela não é injetiva, pois $\cot g\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cot g\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$ mas, $\frac{\pi}{2} \neq \frac{3\pi}{2}$.</p> <p>vi) $\cot g 2017^\circ = \cot g 37^\circ$ Justificativa: $\cot g 2017^\circ = \cot g(37^\circ + 11 \cdot 180^\circ)$</p>



vii) Gráfico:



02. (vale 2,5 pontos) Sendo $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 calcular o valor de $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{2023}$.

Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A
 solução **clara e sucinta** deve ser colocada na
 coluna ao lado.

Prova: Como

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} \right)$$

então

$$z^{2024} = \cos(506\pi) + i \cdot \text{sen}(506\pi) = 1.$$

Logo

$$\begin{aligned} 1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{2023} &= \frac{z^{2024} - 1}{z - 1} \\ &= \frac{1 - 1}{\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} - 1} = 0. \end{aligned}$$

03. (vale 2,0 pontos) Prove que

$$\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2}.$$

Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A
 demonstração **clara e sucinta** deve ser colocada na
 coluna ao lado.

Prova: Sendo

$$\begin{aligned} L &= \cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \cos \frac{\pi}{7} - \cos \left(\pi - \frac{5\pi}{7} \right) + \cos \frac{3\pi}{7} \\ &= \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} \end{aligned}$$

então

$$\begin{aligned} 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot L &= \text{sen} \frac{2\pi}{7} + 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{3\pi}{7} + 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} \\ &= \text{sen} \frac{2\pi}{7} + \text{sen} \frac{4\pi}{7} + \text{sen} \frac{-2\pi}{7} + \text{sen} \frac{6\pi}{7} + \text{sen} \frac{-4\pi}{7} \\ &= \text{sen} \frac{6\pi}{7} \\ &= \text{sen} \left(\pi - \frac{\pi}{7} \right) \\ &= \text{sen} \frac{\pi}{7}. \end{aligned}$$

Portanto, $L = \frac{\text{sen} \frac{\pi}{7}}{2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{2}.$



04. (vale 2,0 pontos) Seja $z \in \mathbb{C}$ uma raiz da função polinomial

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

de coeficientes a_0, \dots, a_n reais.

a) Prove que \bar{z} também é uma raiz de f ;

b) Se $f(1-i) = 2017 + 2018 \cdot i$, então qual o valor de $f(1+i)$? **Justifique.**

Somente para quem não defendeu questões na lousa!

a) Prova:

a)

Se

$$f(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 = 0$$

então

$$\begin{aligned} f(\bar{z}) &= a_n (\bar{z})^n + a_{n-1} (\bar{z})^{n-1} + \dots + a_1 (\bar{z}) + a_0 \\ &= a_n (\overline{z^n}) + a_{n-1} (\overline{z^{n-1}}) + \dots + a_1 (\bar{z}) + a_0 \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \\ &= \overline{f(z)} \\ &= \bar{0} \\ &= 0. \end{aligned}$$

b)

$$f(1+i) = 2017 - 2018 \cdot i$$

Justificativa:

Seja $z \in \mathbb{C}$. Na demonstração acima percebemos que é válida a identidade

$$f(\bar{z}) = \overline{f(z)}.$$

Assim, fazendo-se

$$z = 1 - i$$

temos

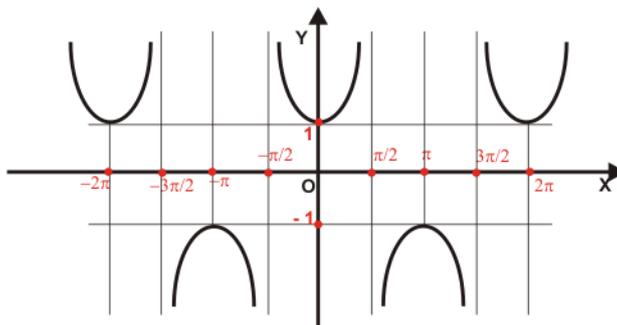
$$\begin{aligned} f(1+i) &= \overline{2017 + 2018 \cdot i} \\ &= 2017 - 2018 \cdot i. \end{aligned}$$



Disciplina: Matemática Elementar 2		Valor Total: 10,0
Prof.: Alessandro Monteiro		
Aluno(a): GABARITO 03 - SECANTE		
1ª Prova Parcial		Data: 20 de Outubro de 2017
Curso: Licenciatura em Matemática		Período: 2017/2
Crterios de Avaliao: <ul style="list-style-type: none"> • Noo e permitido fazer perguntas a respeito da resoluo da prova ao professor. • O Aluno s poder entregar a prova 60 minutos aps o inio da mesma. • Essa avaliao e individual e sem consulta. • Somente os espaos que sobram abaixo de cada questo e o verso desta folha podero ser usados como rascunhos. • Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna 2 ao lado das perguntas. • E proibido o uso de aparelhos celulares ou similares. • Todo material do aluno e de uso individual, sendo proibido qualquer tipo de emprstimo. 		
QUESTOES		RESPOSTAS À CANETA
<p>01. (vale 0,5 ponto cada item) Sobre a funo secante: qual o domnio? qual a imagem? qual o perodo? qual a paridade? ela e bijetiva? Esboce seu grfico. Reduza ao primeiro quadrante $\sec 2170^\circ$. Justifique. (Use o espao abaixo somente para rascunhos. A resposta, clara e sucinta, deve ser colocada na coluna ao lado)</p> <p>Obs.: Se precisar, use as definies das funes seno e cosseno.</p>		<p>i) Domnio = $\left\{ x \in \mathbb{R}; x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$</p> <p>ii) Imagem = $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$</p> <p>iii) Perodo = 2π Justificativa: $\sec(x + 2k\pi) = \frac{1}{\cos(x + 2k\pi)} = \frac{1}{\cos x} = \sec x, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>iv) Paridade: () impar (x) par Justificativa: $\sec(-x) = \frac{1}{\cos(-x)} = \frac{1}{\cos x} = \sec x, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>v) E bijetiva: () sim (x) noo Justificativa: Ela no e injetiva, pois $\sec(0) = \sec(2\pi) = 1$ mas, $0 \neq 2\pi$.</p> <p>vi) $\sec 2170^\circ = \sec 10^\circ$ Justificativa: $\sec 2170^\circ = \sec(10^\circ + 6 \cdot 360^\circ)$</p>



vii) Gráfico:



02. (vale 2,5 pontos) Sendo $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$, calcular o valor de $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{2023}$.

Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A solução **clara e sucinta** deve ser colocada na coluna ao lado.

Prova: Como

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} \right)$$

então

$$z^{2024} = \cos(506\pi) + i \cdot \text{sen}(506\pi) = 1.$$

Logo

$$1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{2023} = \frac{z^{2024} - 1}{z - 1} = \frac{1 - 1}{\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \text{sen} \frac{\pi}{4} - 1} = 0.$$

03. (vale 2,0 pontos) Prove que

$$\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2}.$$

Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A demonstração **clara e sucinta** deve ser colocada na coluna ao lado.

Prova: Sendo

$$L = \cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \cos \frac{\pi}{7} - \cos \left(\pi - \frac{5\pi}{7} \right) + \cos \frac{3\pi}{7} = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7}$$

então

$$\begin{aligned} 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot L &= \text{sen} \frac{2\pi}{7} + 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{3\pi}{7} + 2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} \\ &= \text{sen} \frac{2\pi}{7} + \text{sen} \frac{4\pi}{7} + \text{sen} \frac{-2\pi}{7} + \text{sen} \frac{6\pi}{7} + \text{sen} \frac{-4\pi}{7} \\ &= \text{sen} \frac{6\pi}{7} \\ &= \text{sen} \left(\pi - \frac{\pi}{7} \right) \\ &= \text{sen} \frac{\pi}{7}. \end{aligned}$$

Portanto, $L = \frac{\text{sen} \frac{\pi}{7}}{2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{2}.$



04. (vale 2,0 pontos) Seja $z \in \mathbb{C}$ uma raiz da função polinomial

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

de coeficientes a_0, \dots, a_n reais.

a) Prove que \bar{z} também é uma raiz de f ;

b) Se $f(1-i) = 2017 + 2018 \cdot i$, então qual o valor de $f(1+i)$? **Justifique.**

Somente para quem não defendeu questões na lousa!

a) Prova:

a)

Se

$$f(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 = 0$$

então

$$\begin{aligned} f(\bar{z}) &= a_n (\bar{z})^n + a_{n-1} (\bar{z})^{n-1} + \dots + a_1 (\bar{z}) + a_0 \\ &= a_n (\overline{z^n}) + a_{n-1} (\overline{z^{n-1}}) + \dots + a_1 (\bar{z}) + a_0 \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \\ &= \overline{f(z)} \\ &= \bar{0} \\ &= 0. \end{aligned}$$

b)

$$f(1+i) = 2017 - 2018 \cdot i$$

Justificativa:

Seja $z \in \mathbb{C}$. Na demonstração acima percebemos que é válida a identidade

$$f(\bar{z}) = \overline{f(z)}.$$

Assim, fazendo-se

$$z = 1 - i$$

temos

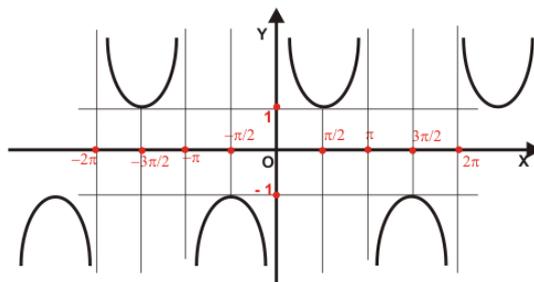
$$\begin{aligned} f(1+i) &= \overline{f(1-i)} \\ &= \overline{2017 + 2018 \cdot i} \\ &= 2017 - 2018 \cdot i. \end{aligned}$$



Disciplina: Matemática Elementar 2		Valor Total: 10,0
Prof.: Alessandro Monteiro		
Aluno(a): GABARITO 04 – COSSECANTE		
1ª Prova Parcial		Data: 20 de Outubro de 2017
Curso: Licenciatura em Matemática		Período: 2017/2
Critérios de Avaliação: <ul style="list-style-type: none"> • Não é permitido fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor. • O Aluno só poderá entregar a prova 60 minutos após o início da mesma. • Essa avaliação é individual e sem consulta. • Somente os espaços que sobram abaixo de cada questão e o verso desta folha poderão ser usados como rascunhos. • Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna 2 ao lado das perguntas. • É proibido o uso de aparelhos celulares ou similares. • Todo material do aluno é de uso individual, sendo proibido qualquer tipo de empréstimo. 		
QUESTÕES		RESPOSTAS À CANETA
<p>01. (vale 0,5 ponto cada item) Sobre a função secante: qual o domínio? qual a imagem? qual o período? qual a paridade? ela é bijetiva? Esboce seu gráfico. Reduza ao primeiro quadrante $csc 2170^\circ$. Justifique. (Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A resposta, clara e sucinta, deve ser colocada na coluna ao lado)</p> <p>Obs.: Se precisar, use as definições das funções seno e cosseno.</p>		<p>i) Domínio = $\{x \in \mathbb{R}; x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$</p> <p>ii) Imagem = $\mathbb{R} - (-1, 1)$</p> <p>iii) Período = 2π Justificativa: $csc(x + 2k\pi) = \frac{1}{sen(x + 2k\pi)} = \frac{1}{senx} = cscx, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>iv) Paridade: () ímpar () par Justificativa: $csc(-x) = \frac{1}{sen(-x)} = \frac{1}{-senx} = -cscx, \forall x \in \mathbb{R}$</p> <p>v) É bijetiva: () sim () não Justificativa: Ela não é injetiva, pois $csc\left(\frac{\pi}{6}\right) = csc\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 2$ mas, $\frac{\pi}{6} \neq \frac{5\pi}{6}$.</p> <p>vi) $csc 2170^\circ = csc 10^\circ$ Justificativa: $csc 2170^\circ = csc(10^\circ + 6 \cdot 360^\circ)$</p>



vii) Gráfico:



02. (vale 2,5 pontos) Sendo $z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$,
 calcular o valor de $1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{2023}$.

Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A
 solução **clara e sucinta** deve ser colocada na
 coluna ao lado.

Prova: Como

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$$

então

$$z^{2024} = \cos(506\pi) + i \cdot \operatorname{sen}(506\pi) = 1.$$

Logo

$$\begin{aligned} 1 + z + z^2 + z^3 + \dots + z^{2023} &= \frac{z^{2024} - 1}{z - 1} \\ &= \frac{1 - 1}{\cos \frac{\pi}{4} + i \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} - 1} = 0. \end{aligned}$$

03. (vale 2,0 pontos) Prove que

$$\cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \frac{1}{2}.$$

Use o espaço abaixo somente para rascunhos. A
 demonstração **clara e sucinta** deve ser colocada na
 coluna ao lado.

Prova: Sendo

$$\begin{aligned} L &= \cos \frac{\pi}{7} - \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} = \cos \frac{\pi}{7} - \cos \left(\pi - \frac{5\pi}{7} \right) + \cos \frac{3\pi}{7} \\ &= \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} \end{aligned}$$

então

$$\begin{aligned} 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{7} \cdot L &= \operatorname{sen} \frac{2\pi}{7} + 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{3\pi}{7} + 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} \\ &= \operatorname{sen} \frac{2\pi}{7} + \operatorname{sen} \frac{4\pi}{7} + \operatorname{sen} \frac{-2\pi}{7} + \operatorname{sen} \frac{6\pi}{7} + \operatorname{sen} \frac{-4\pi}{7} \\ &= \operatorname{sen} \frac{6\pi}{7} \\ &= \operatorname{sen} \left(\pi - \frac{\pi}{7} \right) \\ &= \operatorname{sen} \frac{\pi}{7}. \end{aligned}$$

$$\text{Portanto, } L = \frac{\operatorname{sen} \frac{\pi}{7}}{2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{7}} = \frac{1}{2}.$$



04. (vale 2,0 pontos) Seja $z \in \mathbb{C}$ uma raiz da função polinomial

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

de coeficientes a_0, \dots, a_n reais.

a) Prove que \bar{z} também é uma raiz de f ;

b) Se $f(1-i) = 2017 + 2018 \cdot i$, então qual o valor de $f(1+i)$? **Justifique.**

Somente para quem não defendeu questões na lousa!

a) Prova:

a)

Se

$$f(z) = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0 = 0$$

então

$$\begin{aligned} f(\bar{z}) &= a_n (\bar{z})^n + a_{n-1} (\bar{z})^{n-1} + \dots + a_1 (\bar{z}) + a_0 \\ &= a_n (\overline{z^n}) + a_{n-1} (\overline{z^{n-1}}) + \dots + a_1 (\bar{z}) + a_0 \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \\ &= \overline{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_1 z + a_0} \\ &= \overline{f(z)} \\ &= \bar{0} \\ &= 0. \end{aligned}$$

b)

$$f(1+i) = 2017 - 2018 \cdot i$$

Justificativa:

Seja $z \in \mathbb{C}$. Na demonstração acima percebemos que é válida a identidade

$$f(\bar{z}) = \overline{f(z)}.$$

Assim, fazendo-se

$$z = 1 - i$$

temos

$$\begin{aligned} f(1+i) &= \overline{f(1-i)} \\ &= \overline{2017 + 2018 \cdot i} \\ &= 2017 - 2018 \cdot i. \end{aligned}$$