Universidade do Estado do Amazonas

Introdução à Análise Matemática - ESN0655 – MV

Professor Alessandro Monteiro

AP2

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem cinco problemas valendo um total de dez pontos. Você não pode usar livros, anotações, folhas de rascunho, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. Use os espaços abaixo das questões para pequenos rascunhos. **Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.**

Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: ____

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 20 de fevereiro de 2024

<table>
<tr><th>I. Questões</th><th>II. Respostas à Caneta</th></tr>
<tr><td>

01 (vale 2,0 pontos). Cinco suspeitos são presos em uma investigação criminal. Cada um deles faz uma declaração:

Sandra: “Somos todos inocentes.”
Ivete: “Exatamente um de nós é inocente.”
Jorge: “Exatamente um de nós é culpado.”
Leonardo: “Pelo menos dois de nós são inocentes.”
Irene: “Pelo menos dois de nós são culpados.”

Acontece que os culpados mentiram, enquanto os inocentes contaram a verdade. Quantos dos cinco suspeitos são culpados?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

</td><td>

Resposta:

Justificativa:

</td></tr>
<tr><td>

02 (vale 0,25 ponto cada item). Analise cada sentenças abaixo e classifique em **V**, se for verdadeira, e **F** se for falsa:

I. Uma sequência y_n é chamada de subsequência de x_n se existe uma sequência estritamente crescente k_n de números reais tal que $y_n = x_{k_n}$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

II. A sequência $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}$ é decrescente;

III. A sequência $\left\{\frac{10^n}{2n^2}\right\}$ não é monótona;

IV. $\lim x_n = +\infty \Leftrightarrow \forall\, M > 0\ \exists\, n_0 \in \mathbb{N};\ n > n_0 \Rightarrow x_n > M$.

V. Toda sequência monótona é convergente;

VI. Se $\lim\limits_{x\to\infty} a_n = 0$ então $\sum a_n$ é convergente;

VII. A p-série $\sum\left(\frac{1}{n^p}\right)$ é divergente quando $p = 7$;

VIII. A série $\sum a_n$ é convergente se, e somente se, a sequência de somas parciais s_n é convergente.

</td><td>

Respostas:

I. ( )
II. ( )
III. ( )
IV. ( )
V. ( )
VI. ( )
VII. ( )
VIII. ( )

</td></tr>
</table>

03 (vale 2,0 pontos). Seja A um subconjunto de $\mathbb{R}$ não vazio e limitado, e $\alpha \in \mathbb{R}$. Mostre que:

$$\sup(\alpha A) = \begin{cases} \alpha \sup A, se\ \alpha \geq 0 \\ \alpha \inf\ A, se\ \alpha < 0. \end{cases}$$

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!

Demonstração:

04 (vale 2,0 pontos). Seja $\{x_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ uma sequência monótona crescente e limitada superiormente. Mostre que $$\lim_{x\to\infty}(x_n)=\sup\{x_n;n\in\mathbb{N}\}.$$ **Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!**	**Demonstração:**

05 (vale 2,0 pontos). Use o Teste da Integral para concluir se as séries abaixo convergem ou divergem: **a)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2024}}$; **b)** $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot e^{-n^2}$. **Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!**	**Resposta (a):** **Justificativa:**
	Resposta (b): **Justificativa:**