

Lista 10

Professor Alexandro Monteiro

Exercícios extras de taxa de variação

01) A água está saindo de um funil cônico a uma taxa de $5 \text{ cm}^3/\text{s}$. O raio do funil tem 10 cm e a altura é $\frac{1}{20} \text{ cm}$. Quão rápido o nível da água estará caindo quando a água estiver com 10 cm de profundidade?

Dicas:

$$\odot V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \quad \odot r = \frac{h}{2} \quad \odot \frac{dV}{dt} = -5$$

Resposta: $-\frac{1}{5\pi} \text{ cm/s}$.

02) O raio de um círculo está aumentando a uma taxa de 10 cm/s . Quão rápido a área deste círculo estará aumentando quando o raio for igual a 5 cm ?

Dicas:

$$\odot A = \pi r^2 \quad \odot \frac{dr}{dt} = 10 \quad \text{Resposta: } 100\pi \text{ cm}^2/\text{s}$$

03) A altura de um cilindro está aumentando a uma taxa de 7 m/s e o raio aumentando a 3 m/s . Quão rápido está aumentando o volume quando a altura for de 5 m e o raio de 6 metros ?

Dicas: $\odot V = \pi r^2 h$ $\odot \frac{dh}{dt} = 7$ $\odot \frac{dr}{dt} = 3$

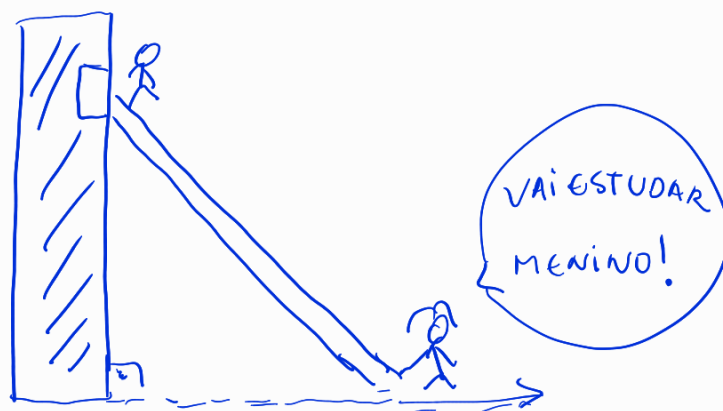
~~Resposta:~~

Resposta: $432\pi \text{ m}^3/\text{s}$

04) Um jovem que estava com o seu celular tran-
cado no quarto dos seus pais, dois dias antes da prova
de cálculo do professor Alessandro, tentou resgatá-lo
colocando uma escada de 5 m contra a parede da
sua casa. Quando ele estava para abrir a janela do
quarto, sua mãe começou a puxar a base da escada
para longe da parede a uma velocidade de 1,5 m/min.
Quão rápido o topo da escada juntamente com o jo-
vem estava caindo quando a distância entre a
base da escada e a parede era de 3 m?

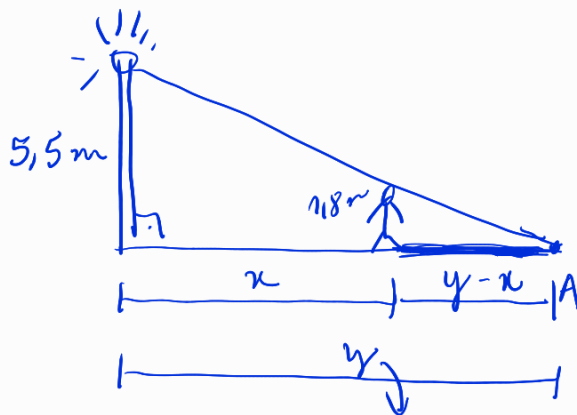
Dicas: $\odot \frac{dx}{dt} = 1,5 \text{ m/min}$ $\odot x^2 + y^2 = 25$

~~Resposta:~~



05) Uma pessoa de 1,80 m de altura se afasta de um poste de luz de 5,5 m de altura, ao longo de uma calçada plana à noite, a uma velocidade de 1,5 m/s. Quão rápido a ponta A da sombra está movendo-se pela calçada?

Dicas:



$$\textcircled{1} \frac{dx}{dt} = 1,5 \text{ m/s}$$

$$\textcircled{2} \frac{dy}{dt} = ?$$

Resposta: $\cong 2 \text{ m/s}$.

06) A lei dos gases ideais é dada por $P \cdot V = T$ (P : pressão, V : volume e T : temperatura). Num determinado momento, suponha que o gás esteja sendo aquecido a uma taxa de 3 K/s e o volume seja reduzido a $1/100 \text{ m}^3/\text{s}$. Se, neste momento, o volume for 2 m^3 e a pressão 10000 Pa, encontre a taxa de variação da pressão.

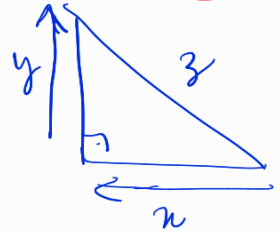
Dicas: $\textcircled{1} \frac{dV}{dt} = -1/100$

$\textcircled{2} \frac{dT}{dt} = 3$

Resposta: $\frac{103}{2} \text{ Pa/s}$

7) O ~~cateto~~ cateto x de um triângulo retângulo está diminuindo à taxa de 13 cm/s, e o ~~outro~~ cateto y aumentando à taxa de 18 cm/s. Encontre a taxa de variação da hipotenusa, perímetro e também da área quando $x = 20$ cm e $y = 15$ cm.

Dicas: ① $\frac{dx}{dt} = -13$ cm/s ② $\frac{dy}{dt} = 18$ cm/s



Respostas: $\frac{dz}{dt} = 2/5$ cm/s, $\frac{dP}{dt} = \frac{27}{5}$ cm/s

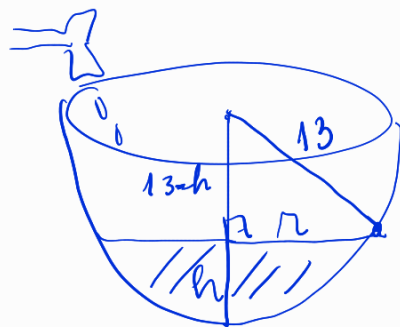
$\frac{dA}{dt} = \frac{165}{2}$ cm²/s.

8) Considere um triângulo isósceles de base 24 cm e lados laterais iguais a x . Se x está aumentando a uma taxa de 10 cm/min, então qual a taxa de variação do perímetro, altura e área quando $x = 20$ cm? Dicas: $\frac{dA}{dt} = 12 \cdot \frac{dh}{dt}$

Respostas: 20 cm/min, $25/2$ cm/min, 150 cm²/min

9) Um tanque em formato de semiesfera aberta tem raio de 13 m. A água começa a fluir para dentro do tanque a uma taxa de 3 m³/h. Qual a taxa de variação da área de superfície circular superior da água quando a profundidade for de 1 m?

Dicas:



① $r^2 = 26h - h^2$

② $\frac{dh}{dt} = 3 \text{ m/min}$

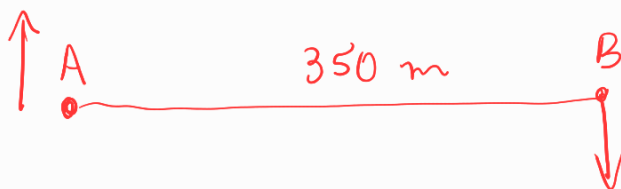
③ $\frac{dr}{dt} = 7,2 \text{ m/min}$

④ $\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$

⑩ Dois ciclistas estão separados por uma distância de 350 m. O ciclista A começa a mover-se para o norte a uma velocidade de 5 m/s e 7 minutos depois o ciclista B começa a mover-se para o sul a 3 m/s. Qual a taxa de variação da distância que separa os dois 25 minutos depois que o ciclista A começou a pedalar?

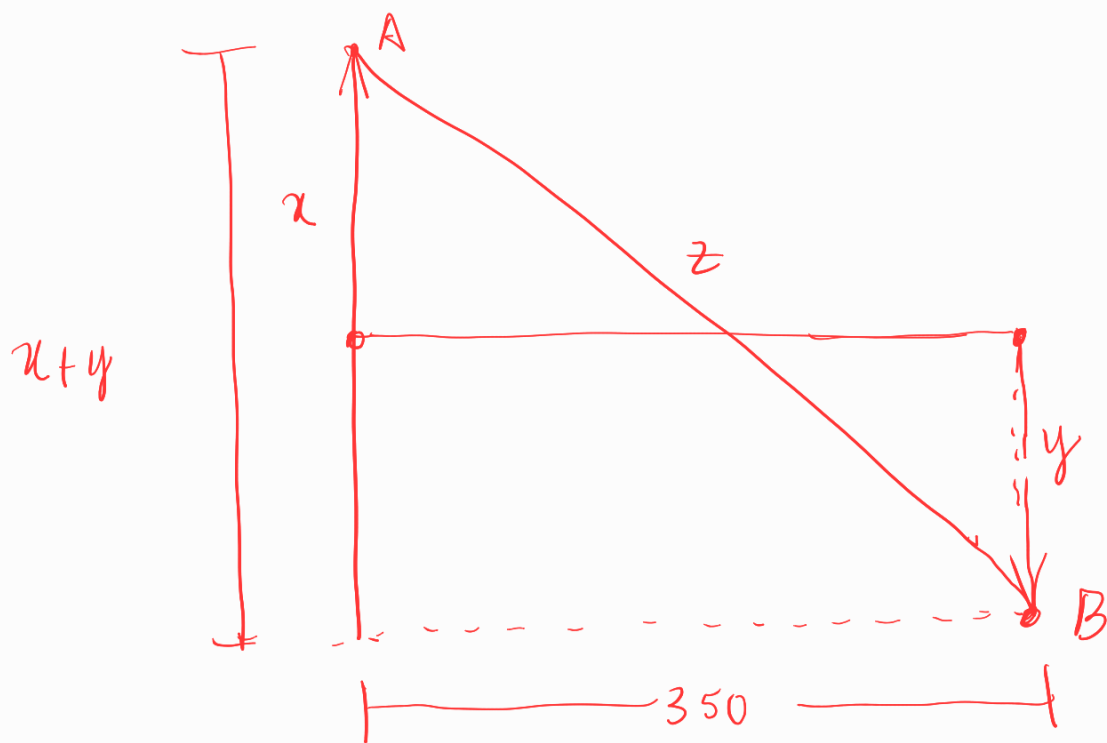
Solução:

ANTES:



DEPOIS:





$$\textcircled{1} \quad \frac{dx}{dt} = 5 \text{ m/s}, \quad \frac{dy}{dt} = 3 \text{ m/s}$$

$$\textcircled{2} \quad x = 5 \cdot 25 \cdot 60 \text{ m} = 7500 \text{ m} \quad \text{e} \quad y = 3 \cdot 18 \cdot 60 = 3240 \text{ m}$$

$$\textcircled{3} \quad z = \sqrt{(7500 + 3240)^2 + 350^2} \approx 10745,7 \text{ m}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{dz}{dt} \approx 8 \text{ m/s.}$$