Universidade do Estado do Amazonas

Cálculo I – ESN0282 – 2023/2 - Vespertino

Professor Alessandro Monteiro

PF

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe dois problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
Total	

Manaus, 23 de fevereiro de 2024

I. Questões	II. Respostas à **Caneta**

01 (Vale 6,0 pontos) Dentre as integrais abaixo, escolha **somente** 4 e resolva:

Integral	**Técnica Sugerida**
a) $\int_0^{2025} x^{2024} dx$.	**Direta**
b) $\int (\cot gx + 2024)\ dx$	**Mudança de Variável**
c) $\int \frac{x-1}{(x-2024)(x+1)} dx$	**Frações Parciais**
d) $\int x^{2024} \cdot \ln x\ dx$	**Por Partes**
e) $\int 2024^{senx} \cdot \cos x\ dx$	**Mudança de Variável**
f) $\int \frac{2024}{x^2 \cdot \sqrt{x^2+4}} dx$	**Subst. Trigonométrica**
g) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^{2024}} dx$	**Imprópria/Direta**

Justifique!

a) $\int_0^{2025} x^{2024} dx$

$= \left(\frac{x^{2025}}{2025}\right)\Big|_0^{2025}$

$= \boxed{2025^{2024}}$ #

Escolha 1:

Resposta:

Justificativa:

b) $\int \frac{\overbrace{\cos x\ dx}^{du}}{\underbrace{\text{sen}\,x}_{u}} + \int 2024\, dx$

$= \ln|u| + 2024x + C$

$= \boxed{\ln|\text{sen}\,x| + 2024x + C}$

Escolha 2:

Resposta:

Justificativa:

c) $\int \frac{A}{x-2024} dx + \int \frac{B}{x+1} dx$

$A = \frac{x-1}{x+1}\Big|_{x=2024} = \frac{2023}{2025}$ e

$B = \frac{x-1}{x-2024}\Big|_{x=-1} = \frac{2}{2025}$

$= \frac{2023}{2025} \ln|x-2024| + \frac{2}{2025} \ln|x+1| + C$

Escolha 3:

Resposta:

Justificativa:

d) $$\int \underbrace{x^{2024}}_{2^a} \cdot \underbrace{\ln x}_{1^a}\, dx = \ln x \cdot \frac{x^{2025}}{2025} - \int \frac{1}{\cancel{x}} \cdot \frac{x^{\cancel{2025}\;2024}}{2025}\, dx$$

$$\boxed{= \frac{x^{2025}}{2025} \cdot \ln x - \frac{x^{2025}}{2025^2} + C}$$

e) $$\int 2024^{\overbrace{\operatorname{sen} x}^{u}} \cdot \underbrace{\cos x\, dx}_{du} = \int 2024^{u}\, du$$

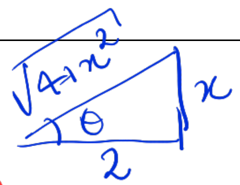
$$= \frac{2024^{u}}{\ln 2024} + C = \boxed{\frac{2024^{\operatorname{sen} x}}{\ln 2024} + C}$$

#

Escolha 4:

Resposta:

$x = 2\,tg\,\theta$



Justificativa:

f) $$= 2024 \int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2+4}}\, dx = 2024 \int \frac{1}{4\,tg^2\theta \cdot \cancel{2}\,\cancel{\sec\theta}}\, \cancel{2}\,\sec^{\cancel{2}}\theta\, d\theta$$

$$= \frac{2024}{4} \int \operatorname{cossec}\theta \cdot \operatorname{cotg}\theta\, d\theta = -506\, \operatorname{cossec}\theta + C$$

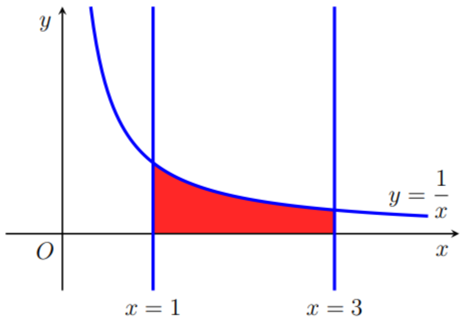
$$\boxed{= -506 \cdot \frac{\sqrt{4+x^2}}{x} + C}$$

$$= \lim_{A\to\infty} \int_1^A x^{-2024}\, dx = \lim_{A\to\infty} \left[\left(\frac{1}{-2023 \cdot x^{2023}} \right) \Bigg|_1^A \right] =$$

$$= \lim_{A\to\infty} \left(\underbrace{\frac{1}{-2023 \cdot A^{2023}}}_{\to 0} + \frac{1}{2023} \right) = \frac{1}{2023}.$$

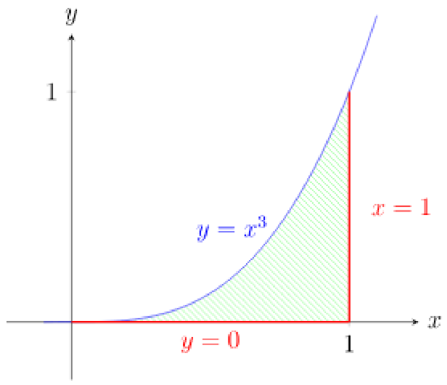
02 (vale 4,0 pontos) Dentre os itens abaixo (aplicações de integrais), escolha **apenas** dois e resolva:

a) Encontre a área limitada pela curva $y = \frac{1}{x}$, as retas $x = 1$, $x = 3$ e o eixo x.



b) Use integral definida para mostrar que o comprimento de arco da curva $y = \frac{x}{2} + 1$, $0 \le x \le 3$ é dado por $\frac{3\sqrt{5}}{2}(u.c)$.

c) Mostre que o volume do sólido que se obtém por rotação da região limitada por $y = x^3$, $y = 0$ e $x = 1$ em torno do eixo y é igual a $\frac{2\pi}{5}(u.v)$.



Justifique!

Escolha 1:

Resposta:

Justificativa:

a) $A = \int_1^3 \frac{1}{x}\,dx = \ln 3 - \cancel{\ln 1}^{\,0} = \ln 3\ (u.a)$

b) $C(\lambda) = \int_0^3 \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}\,dx$

$= \int_0^3 \frac{\sqrt{5}}{2}\,dx = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}x\right)\Big|_0^3$

$= \frac{3\sqrt{5}}{2}\ (u.c)$

Escolha 2:

Resposta:

Justificativa:

c) $V = 2\pi \int_0^1 x \cdot x^3\,dx = 2\pi\left(\frac{x^5}{5}\right)\Big|_0^1$

$= \frac{2\pi}{5}\ (u.v)$

ou

$V = \pi \int_0^1 \left((1)^2 - (\sqrt[3]{y})^2\right) dy$

$= \pi\left(y - \frac{3}{5}y^{5/3}\right)\Big|_0^1 = \frac{2\pi}{5}\ (u.v)$