Professor Alessandro Monteiro

Projeto de Matemática Básica-Módulo 5 – Lista 04 – “Identidades Especiais”

Nota: Tentei colocar em uma ordem crescente de dificuldade e as últimas três questões estão em um nível razoável. Mesmo que você não consiga fazer todas o mais importante é tentar inúmeras vezes para futuramente atingir um bom nível de maturidade.

Para nos seguir ou agendar uma aula particular:

---

01. Seja n um inteiro positivo. Encontre a única identidade falsa.

a) $\dfrac{1}{n(n+1)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$

b) $\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$

c) $\dfrac{1}{n(n+3)}=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$

d) $\dfrac{1}{n(n+4)}=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}\right)$

e) $\dfrac{1}{n(n+5)}=\dfrac{1}{5}\left(\dfrac{1}{n}+\dfrac{1}{n+1}\right)$

---

02. Resolva: $\dfrac{1}{1\cdot 2}+\dfrac{1}{2\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\dfrac{1}{9\cdot 10}$.

a) 1/2 b) -9/10 c) -1/2 d) 9/10 e) 10/11

---

03. Simplificando a expressão $26\left(\dfrac{1}{1\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 5}+\ldots+\dfrac{1}{11\cdot 13}\right)$, obtemos:

a) 26 b) 13 c) 24 d) 12 e) 1

---

04. Qual o valor de $\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{28}+\dfrac{3}{70}+\dfrac{3}{130}+\ldots+\dfrac{3}{9700}$?

a) 0,97 b) 0,98 c) 0,99 d) 1 e) 1,01

---

05. Encontre o valor de $\dfrac{1}{2^2-1}+\dfrac{1}{4^2-1}+\dfrac{1}{6^2-1}+\dfrac{1}{8^2-1}+\ldots+\dfrac{1}{1000^2-1}$.

a) 1000/1001 b) 500/1001 c) 1/1001 d) 1/500 e) 501/1002

---

06. Mostre que $\dfrac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\dfrac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\ldots+\dfrac{1}{100\cdot 101\cdot 102}=\dfrac{2575}{10302}$.

---

07. Encontre o valor de $\displaystyle\sum_{n=1}^{2025}\frac{1}{n^2+n}$.

a) 1/2025 b) 1/2026 c) 2023/2024 d) 2024/2025 e) 2025/2026

---

08. Mostre que $\displaystyle\sum_{n=1}^{2023}\frac{1}{n^2+3n+2}=\frac{2023}{4050}$.

---

09. Encontre o valor de $\displaystyle\prod_{n=1}^{20}\left(1+\frac{2n+1}{n^2}\right)$.

---

10. Estude até entender a demonstração:

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\frac{1}{2n+1}-\frac{1}{2n}=$$

$$=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\cdots+\frac{1}{2n}-2\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}\right)=$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\frac{1}{n}\right)+\frac{1}{n+1}+\cdots+\frac{1}{2n}-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots\frac{1}{n}\right)=$$

$$=\frac{1}{n+1}+\cdots+\frac{1}{2n}$$

---

11. Mostre que $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)}=1$.

---

12. Mostre que $\displaystyle\prod_{n=2}^{\infty}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{1}{2}$.

Deus nos abençoa para que possamos abençoar outras pessoas.
Doar é a única maneira de guardar.

Por isso, eu lhes digo: usem a riqueza deste mundo ímpio para ganhar amigos, de forma que, quando ela acabar, estes os recebam nas moradas eternas.
Lucas 16:9

Para nos seguir ou agendar uma aula particular: