Universidade do Estado do Amazonas

Matemática Elementar I – ESN0130

Professor Alessandro Monteiro

AP1

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe cinco problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 05 de Julho de 2024

I. Questões	II. Respostas à **Caneta**

01 (Vale 2,0 pontos)

a) Defina domínio e contradomínio de uma função.

b) Seja a função real definida por $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+2024}{x-2024}}$. Encontre o domínio de f.

Justifique!

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!

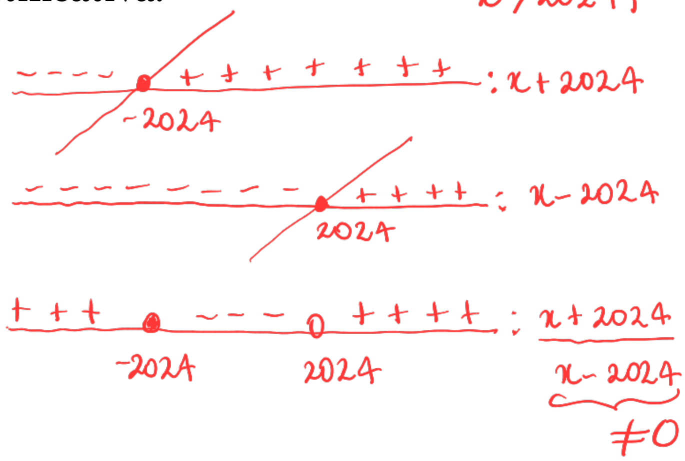
Definição (a):

Uma função real f de um conjunto A a um conjunto B é uma correspondência que associa cada elemento x de A a exatamente um elemento y de B.

O conjunto A é chamado de domínio da função f e o contradomínio de f é o subconjunto $B \subset \mathbb{R}$ formado por todos os valores possíveis para x em $A \subset \mathbb{R}$.

Resposta (b): $D(f) = \{x \in \mathbb{R};\ x \leq -2024 \text{ ou } x > 2024\}$

Justificativa:



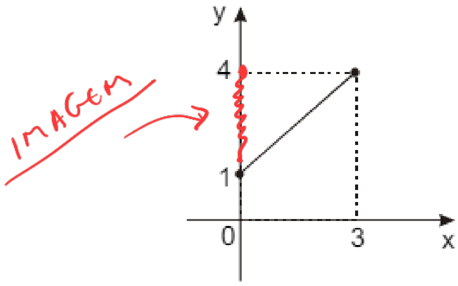
$(-\infty, -2024] \cup (2024, +\infty)$

02 (Vale 2,0 pontos) Classifique em V (verdadeira) ou F (falsa) cada proposição abaixo estabelecida no conjunto dos números reais:

i) Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tal que $f(x)=2024x-2025$. Então $\dfrac{f(\pi)-f(e)}{\pi-e}=\cancel{2023}$, onde $e=2,7182818...$ 2024

ii) $\sqrt{x^2}=|x|, \forall\, x\in\mathbb{R}$. ✓

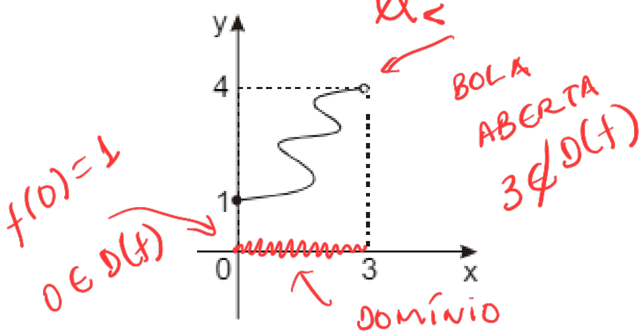
iii) No gráfico abaixo temos que a imagem de f é dada por $\{y \in \mathbb{R} \mid 1\leq y\leq 4\}$.



iv) Seja $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ com $f(x)=ax^2+bx+c$. O valor máximo de f é sempre igual a $y=-\dfrac{\Delta}{4a}$ e ocorre quando $\cancel{a>0}$. $a<0$

v) $|x+y|\cancel{\geq}|x|+|y|, \forall\, x,y\in\mathbb{R}$. ($\leq$)

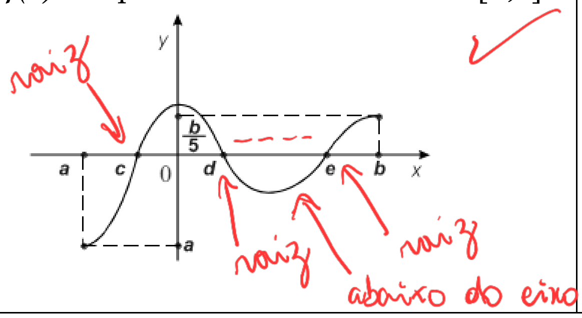
vi) No gráfico abaixo temos que o domínio de f é dado por $\{y \in \mathbb{R} \mid 0\leq y \cancel{\leq} 3\}$. $<$



vii) Se f é uma função real, então para todo $\varepsilon>0$ e $L\in\mathbb{R}$, é válido que ✓

$$|f(x)-L|<\varepsilon \Rightarrow L-\varepsilon<f(x)<L+\varepsilon.$$

viii) No gráfico abaixo temos que $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ possui três raízes reais e também $f(x)\leq 0$ para todo x no intervalo $[d,e]$. ✓



Respostas:

i) (F)

ii) (V)

iii) (V)

iv) (F)

v) (F)

vi) (F)

vii) (V)

viii) (V)

$|f(x)-L|<\underbrace{\varepsilon}_{>0} \Rightarrow f(x)-L<\varepsilon$ e $-f(x)+L<\varepsilon$

$\Rightarrow L-\varepsilon<f(x)<L+\varepsilon$

03 (Vale 2,0 pontos)

Uma empresa de aluguel de bicicletas cobra uma taxa fixa de R$ 30,00 mais R$ 7,00 por hora de uso.

a) Encontre a lei da função que representa o custo total *C(h)* para alugar a bicicleta por *h* horas.

b) Qual o custo total para um aluguel de 12 horas?

a) Resposta: $C(h) = 7h + 30$

Justificativa:

TOTAL (h)	VALOR (R$)
$1 \longmapsto$	$1.7 + 30$
$2 \longmapsto$	$2.7 + 30$
$\vdots$	
$h \longmapsto$	$h.7 + 30$

b) Resposta: 114 reais.

Justificativa:

$$C(12) = 7.12 + 30$$
$$= 84 + 30$$
$$= 114 \text{ reais}$$

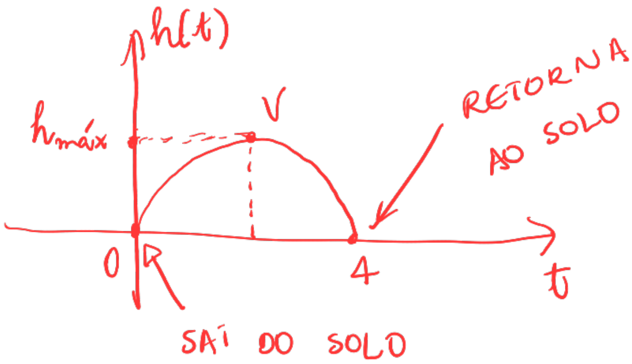
04 (vale 2,0 pontos) Uma bola, ao ser chutada num tiro de meta por um goleiro, numa partida de futebol, teve a sua trajetória descrita pela equação $h(t) = -2t^2 + 8t$, em que *t* é o tempo em segundos e *h(t)* é a altura em metros da bola no instante *t*. Determine, após o chute:

a) O instante em que a bola retornará ao solo.

b) A altura máxima atingida pela bola.

a) Resposta: $t = 4\,s$

Justificativa:



a) Resposta: 8 m.

Justificativa:

$$h_{máx} = y_v = f(x_v) = f(2)$$
$$= -2.2^2 + 8.2$$
$$= -8 + 16$$
$$= 8\ m$$

05 (vale 2,0 pontos) Resolva em $\mathbb{R}$ a inequação:

$$3|x+1|-|x-4|\le 11.$$

RASC.:

$$|x+1| = \begin{cases} x+1, \text{ se } x \ge -1 \\ -x-1, \text{ se } x < -1. \end{cases}$$

e

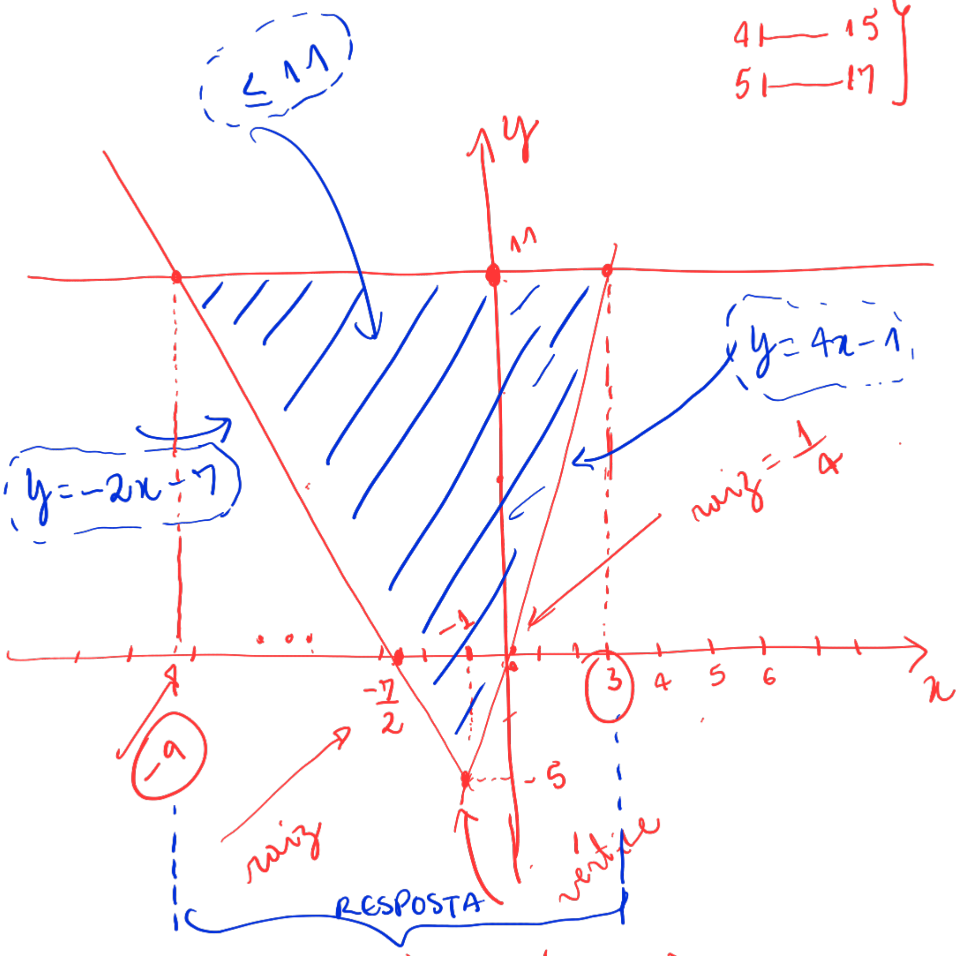
$$|x-4| = \begin{cases} x-4, \text{ se } x \ge 4 \\ -x+4, \text{ se } x < 4. \end{cases}$$

Resposta: $S = \{x \in \mathbb{R};\ -9 \le x \le 3\}$

Justificativa:

$f(x) = 3|x+1| - |x-4|$

$2 \longmapsto 7$
$3 \longmapsto 11$
$4 \longmapsto 15$
$5 \longmapsto 17$



⊙ $3|x+1| = |x-4| \Rightarrow \begin{cases} 3(x+1) = x-4 \Rightarrow x = -\frac{7}{2} \\ \text{ou} \\ 3(x+1) = -x+4 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{cases}$

⊙ $V = (-1, -|x-4|) = (-1, -5)$

⊙ $-2x-7 = 11 \Rightarrow -2x = 18$
$\Rightarrow x = -9$ ✓

⊙ $4x-1 = 11 \Rightarrow x = 3$ ✓