

2ª Avaliação de Aritmética

Almir Neto - Alessandro Monteiro
Aritmética - MA14

Nome:

Questão 1. (2 pts)

- a) Determine o resto da divisão de 3^{77} por 4.
- b) Mostre que $\frac{3^{77}-1}{2}$ é ímpar e composto.

Questão 2. (2 pts)

- a) Mostre que se p é primo ímpar, então $2(p-3)! \equiv p-1 \pmod{p}$.
- b) Determine o resto da divisão de $20!$ por 23.

Questão 3. (3 pts) Considere o número natural n representado, na base 10, por $n = a_k a_{k-1} a_{k-2} \dots a_2 a_1$.

- a) Mostre que se n é divisível por 9 se, e somente se, $a_k + a_{k-1} + a_{k-2} + \dots + a_2 + a_1$ é divisível por 9.
- b) Mostre que se n é divisível por 11 se, e somente se, $a_0 - a_1 + \dots + (-1)^k a_k$ é divisível por 11.
- c) Determinar os dígitos x e y de modo que o inteiro $34xx58y$ seja divisível por 99.

Questão 4. (1 pts) Seja n um inteiro. Mostre que se $5 \nmid n$, $5 \nmid n-1$, $5 \nmid n+1$, então $5 \mid n^2 + 1$.

Questão 5. (2 pts) Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 3x \equiv 9 \pmod{12} \\ 4x \equiv 5 \pmod{35} \\ 6x \equiv 2 \pmod{11} \end{cases}$$