

## 2ª Avaliação de Aritmética

Almir Neto - Alessandro Monteiro  
Aritmética - MA14

Nome:

**Questão 1.** (2 pts)

- a) Determine o resto da divisão de  $3^{77}$  por 4.
- b) Mostre que  $\frac{3^{77}-1}{2}$  é ímpar e composto.

**Questão 2.** (2 pts)

- a) Mostre que se  $p$  é primo ímpar, então  $2(p-3)! \equiv p-1 \pmod{p}$ .
- b) Determine o resto da divisão de  $20!$  por 23.

**Questão 3.** (3 pts) Considere o número natural  $n$  representado, na base 10, por  $n = a_k a_{k-1} a_{k-2} \dots a_2 a_1$ .

- a) Mostre que se  $n$  é divisível por 9 se, e somente se,  $a_k + a_{k-1} + a_{k-2} + \dots + a_2 + a_1$  é divisível por 9.
- b) Mostre que se  $n$  é divisível por 11 se, e somente se,  $a_0 - a_1 + \dots + (-1)^k a_k$  é divisível por 11.
- c) Determinar os dígitos  $x$  e  $y$  de modo que o inteiro  $34xx58y$  seja divisível por 99.

**Questão 4.** (1 pts) Seja  $n$  um inteiro. Mostre que se  $5 \nmid n$ ,  $5 \nmid n-1$ ,  $5 \nmid n+1$ , então  $5 \mid n^2 + 1$ .

**Questão 5.** (2 pts) Resolva o sistema:

$$\begin{cases} 3x \equiv 9 \pmod{12} \\ 4x \equiv 5 \pmod{35} \\ 6x \equiv 2 \pmod{11} \end{cases}$$