Universidade do Estado do Amazonas

Álgebra – ESN0429

Professor Alessandro Monteiro

PF

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe quatro problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: ____

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
Total	

Manaus, 18 de dezembro de 2024

<table>
<tr><th>I. Questões</th><th>II. Respostas à Caneta</th></tr>
<tr><td rowspan="2">01 (Vale 2,0 pontos)

a) Defina grupo abeliano.

b) Seja $(G,*)$ um grupo tendo e como elemento identidade. Prove que se $a^2 = e$ para todo $a \in G$ então G é abeliano.

Justifique!

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!</td><td>Definição (a):</td></tr>
<tr><td>Demonstração (b):</td></tr>
</table>

02 (Vale 3,0 pontos)

Complete a tabela abaixo que nos dá a tabuada para o grupo S_3. Note, primeiramente, que foi usada uma notação de ciclo para as permutações. A função que deixa todos os três elementos 1, 2, 3 fixos é a identidade, que denotaremos por (1). É impossível uma permutação de três elementos deixar exatamente dois elementos fixos, então para as funções que fixam um elemento enquanto trocam os outros dois foram usadas as notações: (1 , 2), (1, 3) e (2, 3). A notação (1 , 2) representa a função que troca 1 e 2 e deixa 3 fixo. Da forma análoga, temos (1, 3) e (2, 3). Finalmente, existem duas permutações que não deixam nenhum elemento fixo. Elas foram denotadas por (1, 2, 3) para a permutação: $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$ e $3 \rightarrow 1$; e (1 , 3 , 2) para a permutação: $1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 2$ e $2 \rightarrow 1$. Lembre-se que os produtos representam composição.

Resposta:

o	**(1)**	**(1, 2, 3)**	**(1, 3, 2)**	**(1 , 2)**	**(1 , 3)**	**(2 , 3)**
(1)	(1)	(1 , 2 , 3)	(1 , 3 , 2)	(1 , 2)	(1 , 3)	(2 , 3)
(1, 2, 3)	(1 ,2, 3)					(1 , 2)
(1, 3, 2)	(1 , 3 , 2)					(1 , 3)
(1 , 2)	(1 , 2)					(1 , 2, 3)
(1 , 3)	(1 , 3)					(1 , 3 , 2)
(2 , 3)	(2 , 3)	(1 , 3)	(1 , 2)	(1 , 3 , 2)	(1 , 2, 3)	(1)

03 (Vale 2,5 pontos)	**Demonstração:**
Mostre que se $\varphi:(G,\oplus)\rightarrow(H,\odot)$ é um homomorfismo e G é abeliano, então $\mathrm{Im}(\varphi)=\{\varphi(g); g\in G\}$ é um subgrupo abeliano de H.	

04 (vale 3,0 pontos)

a) Defina Anel de Integridade;

b) Defina Corpo;

c) Mostre que todo corpo é um anel de integridade.

a) Definição:

b) Definição:

c) Demonstração: