1ª Avaliação de Números e Funções

Almir Neto / Alessandro Monteiro

Nome:

Questão 1. (2 pts)

- Prove, por indução, que $(1 + x)^n \geq 1 + nx$, para todo $x \in \mathbb{R}$ e $x \geq -1$ e todo $n \in \mathbb{N}$.
- Quem é maior, $(1, 101)^{10}$ ou 2 ? Justifique sua resposta.

Questão 2. (2 pts) Sejam $f : A \rightarrow B$ e $g : B \rightarrow C$ funções. Mostre que:

- Se $g \circ f$ é sobrejetiva, então g é sobrejetiva.
- Se $g \circ f$ é injetiva, então f é injetiva.

Questão 3. (3 pts) Diz-se que uma função $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é par quando $F(-x) = F(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$, e que é ímpar quando $F(-x) = -F(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

- Dê exemplo de uma função par, uma função ímpar e uma que não seja nem par nem ímpar.

Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função e considere as funções $g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $g(x) = \frac{f(x)+f(-x)}{2}$ e $h(x) = \frac{f(x)-f(-x)}{2}$.

- Verifique se as funções g e h são pares, ímpares ou nem pares nem ímpares.
- Mostre que toda função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é a soma de uma função par com uma função ímpar.

Questão 4. (2 pts) Sejam x e y números reais positivos.

- Mostre que $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$.
- Supondo que $xy = 2\sqrt{3}$, determine o valor mínimo de $x^8 + y^8$.

Questão 5. (1 pts) Determine os valores $x \in \mathbb{R}$ tais que $\sqrt{(x-2)^2} > x - 2$.