Universidade do Estado do Amazonas

Geometria I – ESN0250

Professor Alessandro Monteiro

AP1

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe cinco problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

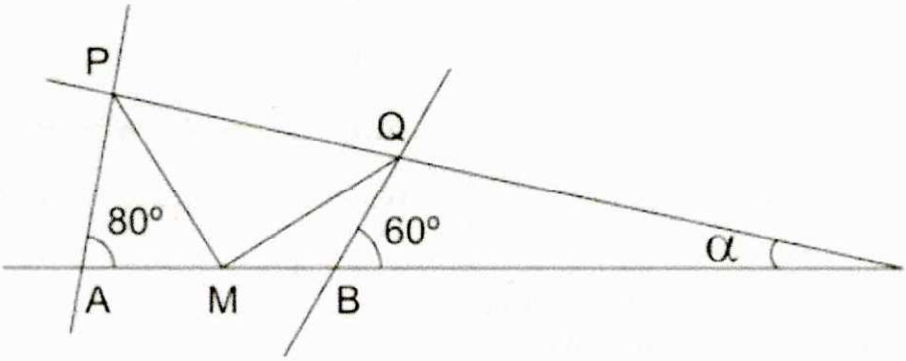
Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 02 de abril de 2025

I. Questões	II. Respostas à **Caneta**
01 (Vale 1,0 ponto) Classifique as proposições abaixo em V (verdadeira) ou F (falsa). **i)** Três pontos colineares determinam um único plano que passa por eles. **ii)** Dado um ponto fora de uma reta, existe pelo menos uma reta paralela à reta dada que passa por esse ponto. **iii)** Se uma reta transversal corta duas retas de modo que a soma dos ângulos internos do mesmo lado seja menor ou igual a dois ângulos retos, então essas duas retas se encontrarão se forem suficientemente prolongadas. **iv)** Dois ângulos opostos pelo vértice são adjacentes. **v)** Todos os triângulos equiláteros são congruentes.	**Respostas:** **i.** (F) não colineares **ii.** (V) **iii.**(F) menor que dois retos **iv.** (F) congruentes / não adjacentes **v.** (F)
02. (Vale 2,0 pontos) Defina triângulo e liste os possíveis casos de congruência. **Justifique!** **Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!**	**Resposta:** Definição: Sejam A, B e C três pontos não colineares. A reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ chama-se triângulo ABC. $\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{AC} \cup \overline{BC}$. Casos de congruência: 1° caso – L.A.L – postulado; 2° caso – ALA 3° caso – LLL 4° caso – LAA_o Caso especial – CH (um cateto e a hipotenusa ordenadamente congruentes)

03 (Vale 2,0 pontos) Na figura baixo, **encontre** o valor de α sabendo que AM = AP, BM = BQ e MP = MQ.



Justifique!

Resposta:

Justificativa: Temos que:

⊙ $\overline{AM} = \overline{AP} \Rightarrow A\hat{M}P \equiv A\hat{P}M = 50^\circ$;

⊙ $\overline{BM} = \overline{BQ} \Rightarrow B\hat{M}Q = B\hat{Q}M = 30^\circ$;

⊙ $A\hat{M}P = 50^\circ$ e $B\hat{M}Q = 30^\circ \Rightarrow P\hat{M}Q = 100^\circ$;

⊙ $\overline{MP} = \overline{MQ} \Rightarrow M\hat{P}Q = M\hat{Q}P = 40^\circ$,

Logo,

$\alpha = 180^\circ - 80^\circ - 90^\circ = 10^\circ.$

04 (Vale 2,5 pontos) Demonstre que:

a) (Teorema do triângulo isósceles) Se um triângulo é isósceles, os ângulos da base são congruentes.

b) Num triângulo equilátero cada ângulo mede 60º.

Demonstração (a):

Sejam os triângulos isósceles ABC e ACB de bases BC. Como $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$, $B\hat{A}C \equiv C\hat{A}B$ e $\overline{AC} \equiv \overline{AB}$, então pelo critério de congruência de triângulos LAL temos que $\Delta ABC \equiv \Delta ACB$. Logo, $\hat{B} \equiv \hat{C}$. Portanto, se um triângulo é isósceles então os ângulos da base são congruentes.

Demonstração (b):

Seja ABC um triângulo equilátero. Por ser $\overline{AB} \equiv \overline{AC} \equiv \overline{BC}$, pelo teorema do triângulo isósceles, temos que:

$$\begin{cases} \overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \\ \overline{CA} = \overline{CB} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C}.$$

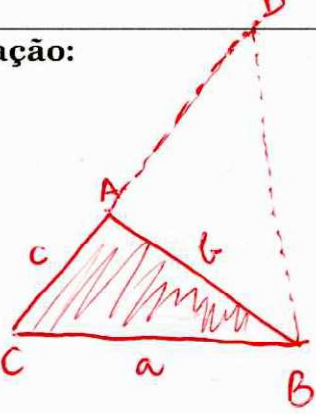
Logo, como $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180°$, temos que $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60°$.

05 (vale 2,5 pontos).

a) Demonstre a desigualdade triangular.

b) O perímetro de um triângulo de lados inteiros é igual a 2025 m. Qual o maior valor possível para um dos lados deste triângulo?

a) Demonstração:



Considere o ΔABC acima de lados a, b e c. Prolongando-se $\overline{CA}$ até um ponto D de tal maneira que $\overline{AD} = \overline{AB}$ temos que ABD é isósceles com $A\hat{B}D = A\hat{D}B$. Como $C\hat{B}D > A\hat{B}D = A\hat{D}B$ e o maior lado deve está oposto ao maior ângulo, então temos que $\overline{BC} < \overline{AC} + \overline{AD}$. Isto é,

$$a < b + c.$$

E, de forma análoga, mostra-se que

$$b < a + c \quad e \quad c < a + b.$$

Temos ainda que:

$$\begin{cases} b < a + c \\ c < a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b - c < a \\ c - b < a \end{cases} \Rightarrow |b - c| < a.$$

Ou seja,

$$|b - c| < a < b + c.$$

Resposta (b): 1012 m.

Justificativa: Seja o ΔABC de lados inteiros a, b e c. Pelo item anterior, temos que

$$2025 = a + b + c > a + a = 2a.$$

Logo, $a < \frac{2025}{2} = 1012{,}5$. Portanto, $a = 1012$ m.