
Universidade do Estado do Amazonas

Geometria I – ESN0250

Professor Alessandro Monteiro

AP2

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe cinco problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: _____



Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

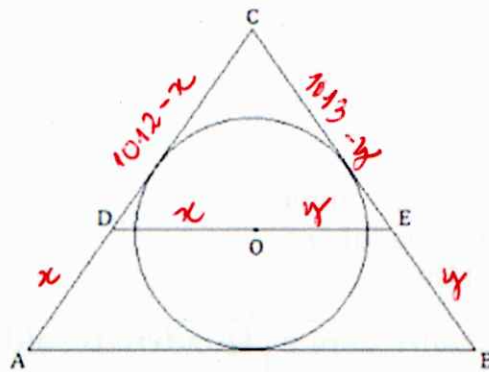
Manaus, 14 de maio de 2025

I. Questões	II. Respostas à Caneta
01 (Vale 1,0 ponto) Classifique as proposições abaixo em V (verdadeira) ou F (falsa). i) Dado um trapézio isósceles, a natureza do quadrilátero determinado pelas bissetrizes de seus ângulos internos é um losango. ii) Sobre os pontos notáveis de um triângulo, o circuncentro pode ser ponto médio de um lado e o ortocentro pode coincidir com um dos vértices. iii) O número de diagonais de um polígono de n lados é dado por $\binom{n}{2} - n$. iv) Toda tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência. v) Se um triângulo inscrito em uma semicircunferência tem um lado igual ao diâmetro, então ele é triângulo retângulo.	Respostas: i. (F) <i>no PIPA</i> ii. (✓) iii. (✓) iv. (✓) v. (✓)
02. (Vale 2,0 pontos) Defina quadrilátero e liste os quadriláteros notáveis dando uma definição exata para cada um deles. Justifique! Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!	Quadrilátero(definição): <i>Sejam A, B, C e D quatro pontos coplanares, distintos e três não colineares. A reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$ é chamada de quadrilátero quando eles interceptam-se apenas nas extremidades.</i> Trapézio(def): <i>Um quadrilátero plano convexo que possui, pelo menos, um par de lados paralelos.</i> Paralelogramo(def): <i>Um quadrilátero plano convexo que possui os lados opostos paralelos.</i> Retângulo(def): <i>Um quadrilátero plano convexo que possui os quatro ângulos congruentes.</i> Losango(def): <i>Um quadrilátero plano convexo que possui os quatro lados congruentes.</i>

Quadrado (def.): Um quadrilátero plano convexo que possui os quatro ângulos e também os quatro lados congruentes.

Pipa (def.): Um quadrilátero plano convexo que possui dois pares de lados adjacentes congruentes.

03 (Vale 1,5 pontos) Na figura abaixo, a circunferência de centro O está inscrita no triângulo ABC. Os pontos D, O e E são colineares e DE é paralelo a AB, com $AC = 1012$ cm, $BC = 1013$ cm e $AB = 1015$ cm. Encontre o perímetro do triângulo CDE.



Justifique!

Resposta:

Justificativa:

① $\triangle ADO$ é isósceles, pois $\angle ODA$ é alterno interno com $\angle OAB$, uma vez que $DE \parallel AB$, e, além disso, $\angle DAO \equiv \angle OAB$ já que $\vec{AO}$ é bissetriz de $\angle CAB$. De forma análoga, o $\triangle BEO$ também é isósceles;

② Assim, se $AD = x$ então $DO = x$ e $DC = 1012 - x$. Se $BE = y$ então $EO = y$ e $EC = 1013 - y$.

③ Logo, o perímetro do triângulo CDE é igual a

$$1012 - x + x + y + 1013 - y = 2025 \text{ cm.}$$

04 (Vale 2,5 pontos)

a) **Demonstre** que a soma dos ângulos externos de um polígono convexo é $S_e = 360^\circ$.

b) Os ângulos externos de um polígono regular medem 20° . Encontre o número de diagonais desse polígono.

Demonstração (a):

Sejam a_i e e_j , $1 \leq i \leq n$ e $1 \leq j \leq n$, cada ângulo interno e cada ângulo externo de um polígono convexo de n lados, temos que:

$$\begin{array}{r} a_1 + e_1 = 180^\circ \\ a_2 + e_2 = 180^\circ \\ + \quad \vdots \\ a_n + e_n = 180^\circ \\ \hline S_i + S_e = n \cdot 180^\circ, \end{array}$$

onde S_i e S_e são, respectivamente, as somas de todos os ângulos internos e externos.

Logo, como $S_i = (n-2)180^\circ = n \cdot 180^\circ - 360^\circ$, temos

$$\cancel{n \cdot 180^\circ} - 360^\circ + S_e = \cancel{n \cdot 180^\circ}.$$

Portanto,

$$S_e = 360^\circ.$$

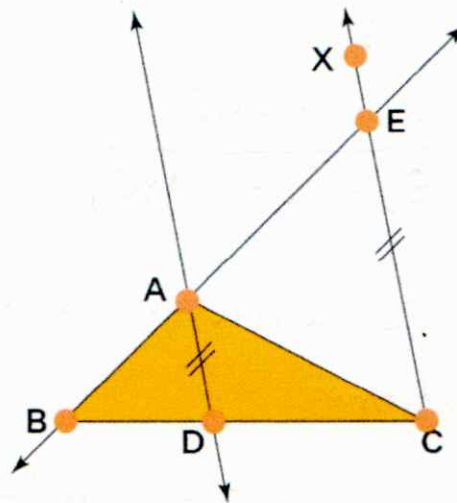
Solução (b):

$$20^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = 18 \Rightarrow d = \frac{18(18-3)}{2} = 9 \cdot 15 = 135.$$

05 (vale 3,0 pontos)

Complete a demonstração abaixo referente ao Teorema da Bissetriz Interna: Uma bissetriz interna de um triângulo divide o lado oposto em segmentos (aditivos) proporcionais aos lados adjacentes.

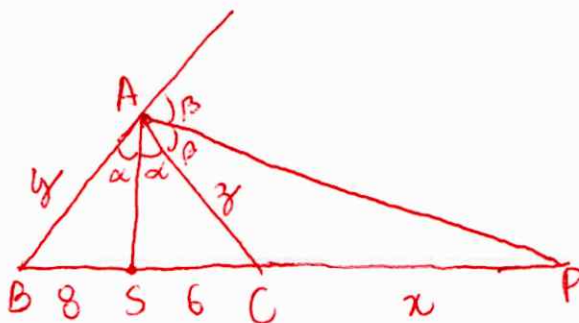
Demonstração: Considere um triângulo ABC e $\overline{AD}$ uma bissetriz do ângulo interno A. Tomando-se uma semirreta $\overline{CX}$ paralela a $\overline{AD}$ e estendendo-se BA até um ponto E, temos que os ângulos $\hat{B}\hat{A}\hat{D}$ e $\hat{B}\hat{E}\hat{C}$ são congruentes, pois são ângulos correspondentes. Além disso, os ângulos $\hat{D}\hat{A}\hat{C}$ e $\hat{A}\hat{C}\hat{E}$ também são congruentes, uma vez que são alternos internos. Como $\overline{AD}$ é bissetriz de $\hat{B}\hat{A}\hat{C}$ então $\hat{C}\hat{E}\hat{A} = \hat{A}\hat{C}\hat{E}$. Assim, temos que o triângulo ACE é isósceles. Logo, $AE = AC$. Portanto, usando-se o Teorema de Tales temos que $BA/AE = BD/DC$. Isto é, $BA/BD = \underline{AC/DC}$.



(Figura ilustrativa da demonstração do Teorema da Bissetriz Interna)

b) Sendo AS e AP bissetrizes dos ângulos internos e externos em A, determine o valor de CP, sabendo que BS = 8 e CS = 6.

Solução:



$$\begin{aligned} \text{TBI} \quad \textcircled{i} \quad \frac{y}{8} &= \frac{z}{6} \Rightarrow \boxed{\frac{y}{z} = \frac{4}{3}}; \\ \text{TAE} \quad \textcircled{ii} \quad \frac{y}{x+14} &= \frac{z}{x} \Rightarrow \boxed{\frac{y}{z} = \frac{x+14}{x}}; \end{aligned}$$

$\textcircled{iii} \quad \textcircled{i} \text{ em } \textcircled{ii} :$

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} &= \frac{x+14}{x} \Rightarrow 4x - 3x = 42 \\ &\Rightarrow \boxed{x = 42} \end{aligned}$$