
Professor Alessandro Monteiro
MA 11 – Números e Funções Reais
Lista 04

01. Defina Função Logarítmica.

02. Seja $0 < a \neq 1$. Mostre que as funções $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = \log_a x$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, definida por $g(x) = a^x$, são inversas uma da outra.

03. Seja $f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ uma função monótona injetiva (isto é, crescente ou decrescente) tal que $f(xy) = f(x) + f(y)$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}_+^*$. Mostre que existe $a > 0$ tal que $f(x) = \log_a x$ para todo $x \in \mathbb{R}_+^*$.

04. (MA11 – 2011)

Calcule as seguintes expressões:

(a) $\log_n \left[\log_n \sqrt[n]{\sqrt[n]{n}} \right]$

(b) $x^{\log a / \log x}$, onde $a > 0$, $x > 0$ e a base dos logaritmos é fixada arbitrariamente.

05. (ENQ 2020/2 – QUESTÃO 03 – 1,25)

Uma expressão exponencial a^b com $a > 0$ e $b \in \mathbb{R}$ é menor que 1 nos seguintes casos: (i) $a < 1$ e $b > 0$ ou (ii) $a > 1$ e $b < 0$.

Usando essa informação, determine o conjunto solução da inequação

$$|2x + 1|^{x^3 - 6x^2 + 11x - 6} < 1,$$

em que $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -\frac{1}{2}$.

06. (ENQ 2021/2 – QUESTÃO 02 – 0,25 + 0,50 + 0,50)

Seja $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ uma função tal que $f(xy) = f(x) + f(y)$ para todos $x, y \in (0, +\infty)$.

(a) Mostre que $f(1) = 0$.

(b) Mostre, por indução, que para todo $a > 0$ e todo $n \geq 1$ natural, tem-se $f(a^n) = nf(a)$.

(c) Mostre que para todo $a > 0$ e todo $n \in \mathbb{N}$, tem-se $f(a^{-n}) = -nf(a)$.

07. (ENQ 2024/2 – QUESTÃO 04 – 0,50 + 0,75)

Considere a uma constante real positiva e diferente de 1 e a inequação

$$\log_a(x^2 + x + 1) < \log_a(x^2 - 9).$$

(a) Determine as condições de existência da inequação dada, ou seja, os valores reais de x para os quais as expressões que aparecem na inequação fazem sentido.

(b) Sabendo que $x = 4$ é uma solução, determine todos os valores de x que satisfazem a inequação.
