Universidade do Estado do Amazonas

Geometria I – ESN0250

Professor Alessandro Monteiro

AP3 - Substitutiva

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existe cinco problemas, valendo um total de dez pontos. **Você não pode fazer perguntas a respeito da resolução da prova ao professor**, nem usar livros, anotações, folhas de rascunhos, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. **Use o espaço abaixo das questões para pequenos rascunhos.** Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.

As respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: Gabarito

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 4 de junho de 2025

<table>
<tr><th>I. Questões</th><th>II. Respostas à Caneta</th></tr>
<tr><td>

01 (Vale 1,0 ponto) Classifique as proposições abaixo em V (verdadeira) ou F (falsa).

i) Se dois triângulos têm os lados homólogos proporcionais, então eles são semelhantes.

ii) Se num triângulo o quadrado de um lado é menor que à soma dos quadrados dos outros dois, então o triângulo é obtusângulo.

iii) Os lados de um triângulo são proporcionais aos senos dos ângulos opostos e a constante de proporcionalidade é o raio da circunferência circunscrita ao triângulo.

iv) Em qualquer triângulo, o quadrado de um lado é igual à soma dos quadrados dos outros dois lados menos o produto desses dois lados pelo cosseno do ângulo por eles formado.

v) Todo polígono regular é inscritível numa circunferência.

</td><td>

Respostas:

i. (V)

ii. (F) acutângulo

iii. (F) dobro do raio

iv. (F) menos duas vezes o produto

v. (V)

</td></tr>
<tr><td>

02. (Vale 1,5 ponto) Complete as definições e proposições:

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!

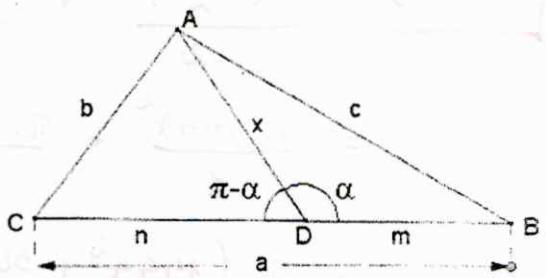
</td><td>

i) Dois triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais.

ii) Se duas cordas de uma mesma circunferência se interceptam, então o produto das medidas das duas partes de uma é igual ao produto das medidas das duas partes da outra.

iii) Dado um triângulo ABC e sendo D um ponto do lado BC (vide figura), vale a relação de Stewart:

$b^2m + c^2n - x^2a = amn$.

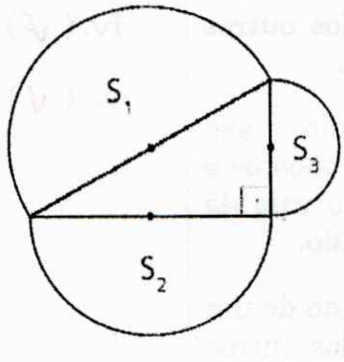


</td></tr>
</table>

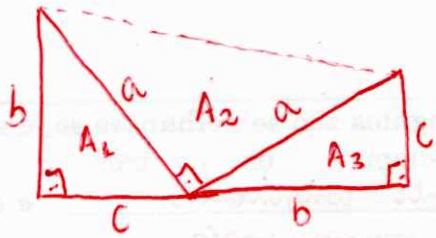
03 (Vale 3,0 pontos)

a) Dê uma demonstração para o Teorema de Pitágoras.

b) Sobre os lados de um triângulo retângulo, tomados como diâmetros, e cujos lados medem 567 m, 1944 m e 2025 m, constroem-se semicircunferências externas ao triângulo. Mostre que $S_1 = S_2 + S_3$.



a) Demonstração: Seja a figura.



Temos que:

$$A_2 = \underbrace{(A_1 + A_2 + A_3)}_{\text{TRAPÉZIO}} - (A_1 + A_3) \Rightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{(b+c)(b+c)}{2} - \frac{2bc}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{\cancel{2}} = \frac{b^2 + \cancel{2bc} + c^2 - \cancel{2bc}}{\cancel{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{a^2 = b^2 + c^2.}$$

b) Demonstração:

$$\boxed{S_2 + S_3} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{1944}{2}\right)^2}{2} + \frac{\pi \cdot \left(\frac{567}{2}\right)^2}{2}$$

$$= \frac{\pi \cdot 1944^2}{8} + \frac{\pi \cdot 567^2}{8}$$

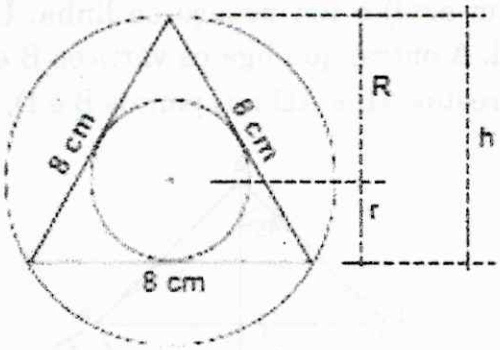
$$= \frac{\pi}{8}\left(1944^2 + 567^2\right)$$

$$\overset{(a)}{=} \frac{\pi}{8} \cdot 2025^2 = \boxed{S_1.}$$

04 (vale 2,0 pontos) Sabendo-se que o lado de um triângulo equilátero é 8 cm, determine:

a) a altura do triângulo;

b) os raios das circunferências inscrita e circunscrita no triângulo.

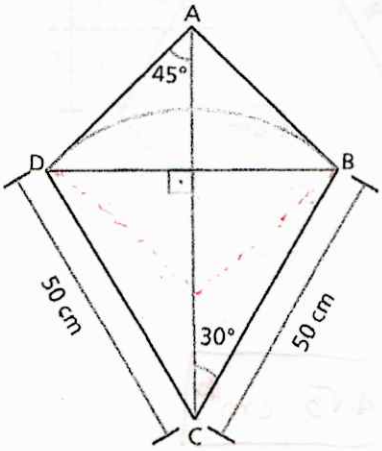


Solução:

a) $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = \boxed{4\sqrt{3}\ cm.}$

b) $r = \frac{1}{3}h$ e $R = \frac{2}{3}h \Rightarrow \boxed{r = \frac{4\sqrt{3}}{3}\ cm}$ e $\boxed{R = \frac{8\sqrt{3}}{3}\ cm.}$

05 (vale 2,5 pontos) O papagaio (também conhecido como pipa, pandorga ou arraia) é um brinquedo muito comum no Brasil. A figura a seguir mostra as dimensões de um papagaio simples, confeccionado com uma folha de papel que tem o formato do quadrilátero ABCD, duas varetas de bambu (indicadas em azul) e um pedaço de linha. Uma das varetas é reta e liga os vértices A e C da folha de papel. A outra, que liga os vértices B e D, tem o formato de um arco de circunferência e tangencia as arestas AB e AD nos pontos B e D, respectivamente.



a) Calcule a área do quadrilátero de papel que forma o papagaio.
b) Calcule o comprimento da vareta de bambu que liga os pontos B e D.

Solução:

a) Como BCD é isósceles e $B\hat{C}D = 60°$, então BCD é também equilátero. Assim, $\overline{BD} = 50$ cm. Sendo E o ponto de encontro das diagonais, temos que $A\hat{E}D = 90°$, $A\hat{D}E = 45°$ e, consequentemente, $\overline{AE} = \overline{DE} = \frac{\overline{BD}}{2} = 25$ cm. Por ser $\overline{CE}$ a altura do triângulo BCD, temos que $\overline{CE} = \frac{50\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}$ cm. Logo, a área do papagaio é dada por $\frac{\cancel{50}^{25} \cdot (25 + 25\sqrt{3})}{\cancel{2}} = 25 \cdot 25(1+\sqrt{3}) = \boxed{625(1+\sqrt{3})\ cm^2.}$

b) $\overset{\frown}{BD} = \frac{1}{\cancel{4}_2} \cancel{2}\pi \cdot 25\sqrt{2} = \boxed{\frac{25\pi\sqrt{2}}{2}\ cm.}$