
Universidade do Estado do Amazonas
Introdução à Análise Matemática - ESN0655 – MV

Professor Alessandro Monteiro

AP1

Instruções: Você tem 120 minutos para completar esta avaliação e só poderá deixar a sala após 60 minutos do seu início. Existem cinco problemas valendo um total de dez pontos. Você não pode usar livros, anotações, folhas de rascunho, celulares, calculadoras ou aparelhos similares. Use os espaços abaixo das questões para pequenos rascunhos. **Serão concedidos pontos parciais pelos progressos nas soluções corretas.**

Todas as respostas devem ser colocadas à caneta na coluna II ao lado das perguntas.

Nome: _____

Questões	Pontos
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Manaus, 7 de outubro de 2025

I. Questões	II. Respostas à Caneta
01 (vale 2,0 pontos). Se Almir vai aplicar o teste, Samuel consegue estudar e Quezia não termina a lista 2. Quezia termina a lista 2, então podemos afirmar que: a) Samuel conseguiu estudar. b) Almir não foi aplicar o teste. c) Samuel não conseguiu estudar. d) Almir foi aplicar o teste. e) Almir foi aplicar o teste se Samuel conseguiu estudar.	Resposta: b) Justificativa: $A \Rightarrow B \wedge C \equiv \neg B \vee \neg C \Rightarrow \neg A$
02 (vale 0,2 ponto cada item). Analise cada sentenças abaixo e classifique em V, se for verdadeira, e F se for falsa: I. Todo subconjunto de $\mathbb{N}$ possui um menor elemento; II. Se $a, b \in \mathbb{R}$ então $a^2 < b^2$; III. A proposição $(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$ representa uma tautologia ; IV. O PIM simples, o PIM completo e o PBO são todos equivalentes; V. Se $c \in \mathbb{R}^*$ então a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = cx$ é injetiva. VI. Se $f: A \rightarrow B$ e $g: B \rightarrow C$ são sobrejetivas então $g \circ f$ é sobrejetiva; VII Se X é finito e $2025 \notin X$ então $X \cup \{2025\}$ é finito e $\text{card}(X \cup \{2025\}) = \text{card}(X) + 2025$; VIII. O conjunto $\mathbb{Z}$ é um corpo; IX. $\mathbb{Q} \times \mathbb{I}$ é enumerável; X. O conjunto dos números transcendentos é não enumerável.	Respostas: I. (F) "não vazio" II. (F) III. (F) "contradição" IV. (V) V. (V) VI. (V) VII. (F) VIII. (F) IX. (F) X. (V) Essa questão não precisa ser justificada!

03 (vale 2,0 pontos). Use que $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ é enumerável para provar que o conjunto $\mathbb{Q}$ é enumerável.

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!

Demonstração:

Se $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ é enumerável então existe $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ sobrejetiva. Definindo-se $g: \mathbb{Z} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ com $g(m, n) = \frac{m}{n}$ temos claramente que g também é sobrejetiva. Assim, $g \circ f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Q}$ é sobrejetiva. Portanto $\mathbb{Q}$ é enumerável.

04 (vale 2,0 pontos). Sejam X e Y dois conjuntos finitos com $X \subset Y$ e $X \neq Y$. Considere as seguintes afirmações:

- I. Existe uma bijeção $f: X \rightarrow Y$.
- II. Existe uma função injetora $g: Y \rightarrow X$.
- III. O número de funções injetivas $f: X \rightarrow Y$ é igual ao número de funções sobrejetivas $g: Y \rightarrow X$.

É (são) verdadeira(s):

- ☒ a) nenhuma delas.
- b) apenas I.
- c) apenas III.
- d) apenas I e II.
- e) todas.

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!

Resposta: a)

Justificativa:

I $X \subset Y$ e $X \neq Y \Rightarrow |X| < |Y|$

Falsa

$\Rightarrow f: X \rightarrow Y$ não pode ser bijo.

II $|Y| > |X| \Rightarrow g: Y \rightarrow X$ não

Falsa

pode ser iny.)

pois pelo menos dois elementos distintos em Y terão a mesma imagem em X .

III $|X| = 3$ e $|Y| = 4$

Falsa

$\Downarrow$

$| \text{Im}(f: X \rightarrow Y) | = 24$

$\nearrow A_{4,3}$

e

$| \text{Sobrej.}(g: Y \rightarrow X) | = 36.$

$3^4 - \binom{3}{1} 2^4 + \binom{3}{2} 1^4$

05 (vale 2,0 pontos). Sejam x, y, z e w elementos de um corpo K , onde x e y são diferentes de zero. Mostre que:

a) $(x \cdot y)^{-1} = x^{-1} \cdot y^{-1}$;

b) $\frac{z}{x} \cdot \frac{w}{y} = \frac{z \cdot w}{x \cdot y}$.

Utilize apenas o espaço abaixo para rascunhos! Nenhuma outra folha de rascunho é permitida!

Demonstração (a):

$$\begin{aligned}
 x^{-1} \cdot y^{-1} &= (x^{-1} \cdot y^{-1}) \cdot 1 \\
 &= (x^{-1} \cdot y^{-1}) \cdot (x \cdot y) \cdot (x \cdot y)^{-1} \\
 &= x^{-1} \cdot (y^{-1} \cdot x) \cdot y \cdot (x \cdot y)^{-1} \\
 &= x^{-1} \cdot (x \cdot y^{-1}) \cdot y \cdot (x \cdot y)^{-1} \\
 &= (x^{-1} \cdot x) \cdot (y^{-1} \cdot y) \cdot (x \cdot y)^{-1} \\
 &= 1 \cdot 1 \cdot (x \cdot y)^{-1} \\
 &= (x \cdot y)^{-1}.
 \end{aligned}$$

Demonstração (b):

$$\begin{aligned}
 \frac{z}{x} \cdot \frac{w}{y} &= (z \cdot x^{-1}) \cdot (w \cdot y^{-1}) \\
 &= z \cdot (x^{-1} \cdot w) \cdot y^{-1} \\
 &= z \cdot (w \cdot x^{-1}) \cdot y^{-1} \\
 &= z \cdot w \cdot (x^{-1} \cdot y^{-1}) \\
 &\stackrel{a)}{=} (z \cdot w) \cdot (x \cdot y)^{-1} \\
 &= \frac{z \cdot w}{x \cdot y}
 \end{aligned}$$