

3ª Avaliação de Aritmética

Almir Neto - Alessandro Monteiro
Aritmética - MA14

Nome:

Questão 1. (2 pts) Seja (f_n) a sequência de Fibonacci. Prove que,

$$f_n \leq (1,7)^n,$$

para todo $n \geq 1$.

Questão 2. (2 pts) Sejam a e b inteiros positivos.

a) (1,5 pts) Prove que $(n^a - 1, n^b - 1) = n^{(a,b)} - 1$.

b) (0,5 pt) Encontre $(5^{2025} - 1, 5^5 - 1)$.

Questão 3. (1 pts) Considere a equação diofantina linear: $2026x + 2027y = 2028$.

a) (1 pt) Encontre a solução geral.

b) (1 pt) Encontre todas as soluções positivas.

Questão 4. A sequência de Lucas, (L_n) , é definida recursivamente por:

$$L_1 = 2, L_2 = 1 \text{ e } L_n = L_{n-1} + L_{n-2}, \text{ para } n \geq 3.$$

a) (0,5 pt) Determine os termos L_4 e L_6 .

b) (1,5 pt) Mostre que $L_2 + L_4 + L_6 + \dots + L_{2n} = L_{2n+1} - 2$.

Questão 5. (2 pts) Resolva o sistema:

$$\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{3} \\ x \equiv 11 \pmod{7} \\ x \equiv 2 \pmod{4}. \end{cases}$$

Questão 6. Seja n um inteiro.

a) (1 pt) Mostre que n^2 deixa resto 0, 1, 2 ou 4 quando dividido por 7.

b) (1 pt) Mostre que $5n^2 + 5$ nunca é um múltiplo de 7.

OBS: ESCOLHER APENAS 5 QUESTÕES.