Professor Alessandro Monteiro

MA 11 – Números e Funções Reais

**Lista 01**

## MA 11 – 2014 – QUESTÃO 04 – (2,0 PONTOS)

Apesar do "grau Celsius" (°C) ser a medida mais usada para a temperatura, alguns países, como os Estados Unidos, usam outra medida de temperatura, o "grau Fahrenheit" (°F). Sabendo que os pontos de fusão e ebulição da água são 0°C e 100°C, respectivamente, e 32°F e 212°F, respectivamente, determine uma função afim que relaciona as temperaturas medidas em graus Celsius e graus Fahrenheit.

## MA 11 – 2015 – QUESTÃO 04 – (2,0 PONTOS)

Dados dois conjuntos $A$ e $B$, definimos o produto cartesiano de $A$ por $B$, que denotamos por $A \times B$, como sendo o conjunto de todos os pares ordenados $(a, b)$ tais que $a \in A$ e $b \in B$, isto é, $A \times B = \{(a, b) | a \in A,\ b \in B\}$.

(a) Determine, justificando, se o conjunto $X = \{(1, 3), (2, 3), (2, 4)\}$ é um produto cartesiano de dois conjuntos.

(b) Suponha que $A$ e $B$ tenham exatamente 2 e 3 elementos, respectivamente. Quantos subconjuntos não vazios de $A \times B$ são também produtos cartesianos?

## ENQ 2013 -2 – QUESTÃO 06

**Questão 6.**

Considere a equação:

$$\frac{1}{2}|x||x-3| = 2|x - \frac{3}{2}|$$

a) Quais são as raízes dessa equação? Explique detalhadamente como as encontrou.

b) Esboce, em um mesmo plano cartesiano, os gráficos das funções $f(x) = \frac{1}{2}|x||x-3|$ e $g(x) = 2|x - \frac{3}{2}|$ e marque as raízes que você encontrou no ítem a).

## ENQ 2016 – 2 – QUESTÃO 04 – (0,5 + 0,5)

(a) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Se $f(k) \in \mathbb{Z}$ para todo $k \in \mathbb{Z}$, mostre que $a$ e $b$ são inteiros.

(b) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$. Se $f(k) \in \mathbb{Z}$ para todo $k \in \mathbb{Z}$, podemos afirmar que $a, b$ e $c$ são todos inteiros? Justifique a sua resposta.

## ENQ 2019 – 2 – QUESTÃO 07 – (1,25)

Considere duas progressões aritméticas, de razões não nulas:

$$(a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots) \;\text{ e }\; (b_1, b_2, \ldots, b_n, \ldots)$$

Mostre que existe uma, e somente uma, função afim $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que
$f(a_1) = b_1, f(a_2) = b_2, \ldots, f(a_n) = b_n, \ldots$.

---

## ENQ 2021 – 1 – QUESTÃO 05 – (0,5 + 0,25 + 0,25 + 0,25)

Dizemos que uma função $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é **par** quando $F(-x) = F(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$, e que é **ímpar** quando $F(-x) = -F(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

(a) Dê exemplo de uma função par, uma função ímpar e uma que não seja nem par nem ímpar.

Para os itens a seguir, dada uma função qualquer $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, considere as funções $g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definidas por $g(x) = \dfrac{f(x) + f(-x)}{2}$ e $h(x) = \dfrac{f(x) - f(-x)}{2}$.

(b) A função $g$ é par, ímpar ou nem par nem ímpar?

(c) A função $h$ é par, ímpar ou nem par nem ímpar?

(d) Mostre que toda função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ pode ser escrita como a soma de uma função par com uma função ímpar.

---

## ENQ 2022 – 1 – QUESTÃO 03 – (0,5 + 0,75)

(a) Sejam $x$ e $y$ números reais.
Prove que $\sqrt{x^2 + y^2} \geqslant \dfrac{|x + y|}{\sqrt{2}}$ e que a igualdade é verificada se, e somente se, $x = y$.

(b) Sejam $a$ e $b$ reais tais que $a + b = 1$.
Determine os valores de $a$ e $b$ tais que $\sqrt{(a-9)^2 + (b-13)^2}$ tem o menor valor possível.

---

## ENQ 2022 – 2 – QUESTÃO 04 – (0,5 + 0,75)

Resolva cada uma das inequações abaixo em $\mathbb{R}$.

(a) $|x^2 - 10x + 16| \leqslant 8$.

(b) $\dfrac{1}{2x - 1} + \dfrac{1}{x + 1} < 0$.

---

## ENQ 2025 – 2 – QUESTÃO 06 – (0,75 + 0,5)

Em cada item abaixo, decida e justifique se a afirmação dada é falsa ou verdadeira:

(a) Se $x - 1 \geqslant 0$ ou $\dfrac{x}{2x - 1} > 1$, então $x > -\sqrt{73}$.

(b) Se $|x + 2| \leqslant 2$ e $|x| > 1$, então $x > -4$.

---