
Professor Alessandro Monteiro
MA 11 – Números e Funções Reais
Lista 05 – Funções Polinomiais

01. (ENQ 2024/2 – QUESTÃO 07 – 0,25 + 1,00)

Seja n um inteiro positivo.

- (a) Determine o polinômio $q(X)$ tal que $X^{n+1} - 1 = (X - 1) \cdot q(X)$.
- (b) Mostre que, se n é par, então o polinômio $q(X)$ encontrado no item (a) não tem nenhuma raiz real.
-

02. (ENQ 2024/1 – QUESTÃO 3 – 0,75 + 0,50)

Um polinômio $p(x)$ de coeficientes reais é tal que $p(0) = 1$, $p(2) = 3$ e $p(3) = 3$.

- (a) Determine o único polinômio do segundo grau nas condições dadas.
- (b) Exiba, caso exista, um polinômio do terceiro grau nas condições dadas.
-

03. (ENQ 2023/1 – QUESTÃO 04 – 0,50 + 0,75)

- (a) Seja $p(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ um polinômio de grau n com coeficientes reais e que tenha n raízes reais. Mostre que o produto destas raízes (contadas com suas multiplicidades) é igual a $(-1)^n \frac{a_0}{a_n}$.
- (b) Sejam a, b e c números reais, dois a dois distintos e todos diferentes de zero. Suponha que todas as raízes dos 6 polinômios obtidos pelas permutações dos coeficientes do polinômio $ax^2 + bx + c$ são reais. Calcule o produto de todas as raízes desses 6 polinômios, contadas com suas multiplicidades.
-

04. (ENQ 2022/1 – QUESTÃO 02 – 0,25 + 0,50 + 0,50)

As equações $x^4 + bx^2 + c = 0$ e $x^3 + x^2 - 37x + 35 = 0$ possuem duas raízes distintas comuns.

- (a) Determine as raízes da segunda equação.
- (b) Mostre que se α é raiz da primeira equação então $-\alpha$ também o é.
- (c) Determine todos os possíveis valores de b e c na primeira equação.
-

05. (ENQ 2025/2 – QUESTÃO 08 – 0,50 + 0,75)

- (a) Dados os números reais α, β, γ , mostre que existem infinitos polinômios de grau 3 com coeficientes reais que têm α, β e γ como raízes.
- (b) Encontre um polinômio $P(X)$ de grau 3 tal que $P(1) = P(3) = P(4) = 8$ e $P(2) = 16$.
-

06. (ENQ 2026/1 – QUESTÃO 03 – 0,25 + 0,25 + 0,75)

- (a) Se $y = x + \frac{1}{x}$, mostre que $x^2 + \frac{1}{x^2}$ é igual a $y^2 - 2$.
- (b) Considere a função real polinomial $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a$ em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Transforme $\frac{p(x)}{x^2}$ em uma função polinomial de grau 2 em y , usando a substituição $y = x + \frac{1}{x}$.
- (c) Use a substituição do item anterior para encontrar os zeros da função $p(x) = x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 5x + 1$.